

COMBINATÓRIA E TECNOLOGIAS DIGITAIS: UMA REVISÃO SISTEMÁTICA DE DISSERTAÇÕES DO PROFMAT¹

COMBINATORICS AND DIGITAL TECHNOLOGIES: A SYSTEMATIC REVIEW OF PROFMAT MASTER'S THESES

OINHAS, Marcos Adriano Sopeletto²

ZANON, Thiarla Xavier Dal-Cin³

RESUMO

Neste artigo, busca-se responder às seguintes questões: Como as dissertações do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) de 2016 a 2020 tratam, na educação básica, a resolução de problemas de análise combinatória mediada pelas tecnologias digitais? Quais contribuições uma revisão sistemática dessas dissertações pode oferecer à pesquisa sobre essa temática no Brasil e às práticas de sala de aula? Apresenta-se uma série de análises decorrentes de uma revisão bibliográfica sistemática (BOTELHO; CUNHA; MACEDO, 2011; ROMANOWSKI; ENS, 2006) de dissertações do PROFMAT produzidas no período de 2016 a 2020. Recorreu-se a Gravina e Santarosa (1998), Onuchic (1999), Alevatto (2005) e Zanon (2019), para estudar nove produções, nas quais foram analisados principalmente as compreensões sobre análise combinatória e resolução de problemas, a presença das tecnologias digitais nas pesquisas, os aspectos metodológicos das investigações e os produtos que cada autor elaborou. O resultado das análises permitiu afirmar a existência de um conflito na compreensão do que seria a resolução de problemas, bem como a presença das tecnologias como suporte para a aplicação dos produtos elaborados.

Palavras-chave: Combinatória. Resolução de problemas. Tecnologias digitais. Revisão bibliográfica sistemática. PROFMAT.

ABSTRACT

In this article, we seek to answer the following questions: How do the theses of the Professional Master's Program in Mathematics in the National Network (PROFMAT) from 2016 to 2020

¹ Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Licenciatura em Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo – Campus Cachoeiro de Itapemirim. Aprovado em 11 de março de 2021. Membros da banca examinadora: Jorge Henrique Gualandi, Instituto Federal do Espírito Santo (IFES), *campus* Cachoeiro de Itapemirim, <http://lattes.cnpq.br/3386420572368441>, <https://orcid.org/0000-0002-0302-7650>; Rônei Sandro Vieira, Instituto Federal do Espírito Santo (IFES), *campus* Cachoeiro de Itapemirim, <http://lattes.cnpq.br/9960688148810314>; <https://orcid.org/0000-0001-8984-4725>.

² Licenciando em Matemática pelo Instituto Federal do Espírito Santo (IFES), *campus* Cachoeiro de Itapemirim. E-mail: marcossopeletto@gmail.com, <http://lattes.cnpq.br/1048935934780896>, <https://orcid.org/0000-0002-6694-2434>.

³ Doutora em Educação pela Universidade Federal do Espírito Santo (UFES). Professora e coordenadora do curso superior de Licenciatura em Matemática do IFES, *campus* Cachoeiro de Itapemirim. E-mail: thiarlax@ifes.edu.br, <http://lattes.cnpq.br/4458768372376772>, <https://orcid.org/0000-0002-7120-2262>.

deal, in basic education, with the solving of combinatorial analysis problems mediated by digital technologies? What contributions can a systematic review of these theses offer to research on this topic in Brazil and to classroom practices? A series of analyzes resulting from a systematic bibliographic review (BOTELHO; CUNHA; MACEDO, 2011; ROMANOWSKI; ENS, 2006) of PROFMAT theses produced in the period from 2016 to 2020 is presented. Gravina and Santarosa (1998), Onuchic (1999), Alevatto (2005) and Zanon (2019) were used to study nine productions, in which the understanding of combinatorial analysis and problem solving, and the presence of digital technologies were analyzed. Furthermore, the methodological aspects of the investigations and the products that each author developed were investigated. The results of the analyzes allowed to affirm the existence of a conflict in the understanding of what would be the problem solving, as well as the presence of technologies as a support for the application of the elaborated products.

Keywords: Combinatorics. Problem solving. Digital technologies. Systematic bibliographic review. PROFMAT.

AS PRIMEIRAS APROXIMAÇÕES COM A COMBINATÓRIA

A análise combinatória faz-se presente no cotidiano das pessoas, como, por exemplo, mediante a criação de senhas (desde bancárias até as de *e-mails*⁴) e as possibilidades de escolhas de roupas para ir a um determinado local, entre outras coisas com as quais deparamos em nosso cotidiano. Na vida escolar, ela aparece no decorrer da educação básica e posteriormente na graduação, dependendo da área escolhida. Meu primeiro⁵ contato formal com a combinatória⁶ ocorreu na segunda série do ensino médio, quando o professor regente trabalhou os agrupamentos descritos no livro didático, por meio de aulas expositivas e dialogadas, com a resolução de algumas situações-problema⁷ no fim da explanação do conteúdo (SANTOS-WAGNER, 2008).

Ao ingressar na licenciatura em Matemática em 2017/1, tive contato com a resolução de problemas, conhecendo a obra de Polya (1995) e sua heurística, bem como essa temática como uma metodologia de ensino que busca a construção crítica do conhecimento pelo aluno. Além disso, aprofundei meus conhecimentos de análise combinatória quando cursei tal disciplina no sexto período do curso. Então, passei a perceber que o conteúdo poderia ser trabalhado para além de aulas expositivas. No entanto, quando, em 2018/2, 2019/1 e 2019/2, participei do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (Pibid), observei que a professora supervisora ensinava combinatória no ensino médio tal como eu havia aprendido: aulas

⁴ Escrevemos em itálico palavras estrangeiras que foram ou não adaptadas para o vocabulário brasileiro. Muitas delas estão relacionadas com termos tecnológicos e informáticos.

⁵ Usamos a primeira pessoa do singular quando nos referirmos às experiências do primeiro autor.

⁶ Análise combinatória e combinatória serão usadas neste texto com a mesma conotação.

⁷ Com base em Santos-Wagner (2008), utilizamos as palavras problema, situação-problema e atividade de resolução de problemas como sinônimas.

expositivas e dialogadas seguidas da resolução de problemas e/ou exercícios de fixação. Na época, essa percepção contrapunha-se à maneira como eu estava aprendendo combinatória no curso de formação de professores, e isso me inquietava. Ainda nesse período, percebia que os estudantes do ensino médio utilizavam seus *smartphones* com muita frequência e ambos os fatos me despertaram para a possibilidade de integrar as tecnologias digitais ao processo de ensino e de aprendizagem de combinatória mediante a resolução de problemas.

A partir desse movimento, começamos a pensar em como faríamos esta integração e resolvemos buscar pesquisas relacionadas a essa temática. Desse modo, buscamos com este texto responder aos seguintes questionamentos⁸: (i) *Como as dissertações do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) de 2016 a 2020 tratam, na educação básica, a resolução de problemas de análise combinatória mediada pelas tecnologias digitais?*; (ii) *Quais contribuições uma revisão sistemática dessas dissertações pode oferecer à pesquisa sobre essa temática no Brasil e às práticas de sala de aula?*. Assim sendo, apresenta-se, neste artigo, uma série de análises decorrentes de uma revisão bibliográfica sistemática de dissertações do PROFMAT produzidas no período de 2016 a 2020. Para isso, selecionamos aquelas que tratam a resolução de problemas de análise combinatória mediada pelas tecnologias digitais e mapeamos as dissertações⁹ já produzidas pelo PROFMAT, buscando saber como a tecnologia e a resolução de problemas aparecem e são utilizadas, em conjunto, no ensino e na aprendizagem de análise combinatória. A escolha do assunto mencionado justifica-se, como dito anteriormente, pela presença e importância da combinatória e das tecnologias digitais no cotidiano das pessoas.

O mapeamento será restrito ao PROFMAT, pois ele destina-se prioritariamente aos professores de matemática em exercício que atuam na educação básica e procuram aperfeiçoar sua formação profissional com vistas a aprofundar conhecimentos matemáticos relevantes à docência (SBM, 2020¹⁰). O mapeamento cobrirá o período de 2016/1 a 2020/1, devido ao fato de a Base Nacional Comum Curricular [BNCC] ter (i) sido homologada em 2017 e publicada em 2018 e propor (ii) alterações na estrutura curricular presente até o momento. Com o mapeamento, será possível averiguar a existência e refletir acerca das possíveis contribuições

⁸ Inicialmente pretendíamos responder ao seguinte questionamento: *Como a resolução de problemas associada às tecnologias digitais pode contribuir para a aprendizagem de análise combinatória na segunda série do ensino médio?* No entanto, devido à chegada do coronavírus (covid-19) ao Brasil, as escolas do Espírito Santo foram fechadas por meio do decreto nº 4.597-R, o que acabou inviabilizando o desenvolvimento da pesquisa de campo.

⁹ Todas as dissertações a serem analisadas encontram-se disponíveis em <https://www.profmatsbm.org.br>. Acesso em: 29 jul. 2020.

¹⁰ Extraído de <https://www.profmatsbm.org.br/organizacao/apresentacao/>. Acesso em: 29 jul. 2020.

das produções para área, algo que servirá como apoio para futuras pesquisas relacionadas ao tema e à prática em sala de aula.

Para melhor apreensão das ideias pelo leitor, o texto foi organizado em quatro partes: (i) referencial teórico, no qual se dialoga com a teoria que sustenta a pesquisa desenvolvida; (ii) metodologia, em que se elencam os métodos pelos quais se fizeram a investigação e o mapeamento; (iii) análise dos dados obtidos do mapeamento; e (iv) considerações finais. Nesta última, retomamos as questões de pesquisa e buscamos responder a elas.

REFERENCIAL TEÓRICO

O mundo encontra-se em um processo no qual a análise combinatória tem contribuído para a evolução da ciência, uma vez que ela é empregada no manuseio de dados, como pesquisas de intenção de votos, levantamento de preços de produtos, criação de senhas, entre outros. Assim, é necessário que diversas profissões disponham de conhecimento matemático para interpretar essas e outras situações. Além desse fato, a globalização traz consigo um acesso maior à tecnologia, que acaba tendo uma forte presença no cotidiano das pessoas, pois é algo prático para que se resolvam as situações rotineiras com mais agilidade.

Diante disso, interessamo-nos em saber como as tecnologias digitais podem ser trabalhadas na educação básica com enfoque no ensino e na aprendizagem de combinatória por meio do uso de *softwares*¹¹ incorporados a computadores, *chromebooks*¹² ou aos *smartphones* dos próprios alunos, visto que estes se tornaram um aparelho de uso comum por todos, como suporte às atividades de matemática. Além disso, averiguamos qual metodologia de ensino conseguiria integrar tecnologia e conhecimento matemático. Então, com base em nossas inquietações e percepções, discorreremos a seguir sobre: (i) a combinatória como conteúdo matemático focalizado nesta pesquisa; (ii) a resolução de problemas como mediadora do ensino e da aprendizagem de combinatória; e (iii) as tecnologias digitais como um recurso que integra ambas no processo de construção do conhecimento pelos estudantes da segunda série do ensino médio.

¹¹ Utilizamos as palavras *software*, programa e aplicativo como sinônimas.

¹² As escolas estaduais do Espírito Santo possuem um laboratório itinerante. Este é composto por uma espécie de caixa suporte que armazena *chromebooks*, computadores mais leves, com pouca capacidade de armazenamento, quando comparados a um notebook, e, com *softwares* que são, na verdade, aplicativos de Web. Esse laboratório permite que os equipamentos sejam utilizados diretamente em sala de aula, sem a necessidade de um laboratório de informática físico.

Análise combinatória

Com o acompanhamento de aulas em turmas da segunda série do ensino médio de uma escola da rede estadual de Cachoeiro de Itapemirim-ES, em 2018 e 2019, notamos que os alunos apresentavam dificuldades sobre análise combinatória. A principal dúvida deles vinha do fato de não conseguirem interpretar problemas e exercícios propostos pela professora. Muitos simplesmente buscavam na internet a resolução das atividades e as copiavam, sem entenderem o raciocínio envolvido. Sabemos que a matemática é empregada na criação de senhas, processo esse que envolve o pensamento combinatório, visando listar as diversas possibilidades de agrupamentos alfanuméricos, alfa-simbólicos e simbólico-numéricos. Isso pode ser exemplificado por Souza (2010), quando diz que,

[...] em alguns *sites* da internet, para que tenhamos acesso a alguns conteúdos, é necessária a realização de um cadastro, para que sejam fornecidos ao usuário um *login* e uma senha. A senha fornecida por certo *site* é composta por quatro letras e três algarismos [...] sabendo que são utilizadas 26 letras e 10 algarismos, e que em cada senha não se repetem letras ou algarismos, quantas senhas diferentes podem ser fornecidas por este *site*? (p. 216).

Ao interpretarmos a situação descrita acima, notamos que, para a construção da senha, devemos agrupar, sob nossa escolha, quatro letras e três algarismos, sem haver repetição e, após isso, descobrir o total de combinações¹³ possíveis. Por isso, em matemática, para solucionarmos problemas como esse, temos a análise combinatória, cujo objetivo é “[...] estabelecer métodos de contagem que permitam chegar aos resultados mais rapidamente” (PAIVA, 2013, p. 144). Então, ela nos auxilia em situações em que deparamos com a necessidade de contar e escolher. Desse modo, entendemo-la como a parte da matemática que envolve situações de contagem de agrupamentos/conjuntos de elementos (letras, números, símbolos) (SOUZA, 2010) e “[...] analisa estruturas e relações discretas” (MORGADO, CARVALHO, CARVALHO; FERNANDEZ, 1991, p. 1). Ou seja, examina conjuntos e subconjuntos de elementos presentes em uma determinada situação, bem como contá-los e classificá-los para satisfazer certas condições (MORGADO et al., 1991).

Além disso, concordamos com Zanon (2019), quando afirma que a “[...] combinatória aparece como parte da atividade humana e se faz presente diariamente na vida das pessoas” (p. 18). De fato, tal argumento é verdadeiro, pois, além da criação de senhas, números telefônicos, placas de veículos, códigos de barras de produtos, trajetos de locomoção para determinados lugares e também várias outras situações, envolve o pensamento combinatório.

¹³ Nesse contexto, utilizamos combinação como o ato de combinar letras e números.

Essa parte da matemática tem como base os princípios aditivo e multiplicativo. De acordo com Morgado et al. (1991), “se A e B são dois conjuntos disjuntos, com p e q elementos, respectivamente, então $A \cup B$ possui $p + q$ elementos” (p. 18). Tal afirmativa mostra o princípio aditivo como o cálculo da união dos itens presentes em conjuntos separados. Além disso, os mesmos autores ainda trazem a ideia de que, “se uma decisão d_1 pode ser tomada de x maneiras e se, uma vez tomada a decisão d_1 , a decisão d_2 puder ser tomada de y maneiras então o número de maneiras de se tomarem as decisões d_1 e d_2 é xy ” (MORGADO et al., 1991, p. 18). Essa assertiva retrata o princípio multiplicativo ou princípio fundamental da contagem (PFC), que compreendemos como um produto entre a quantidade de acontecimentos de dois ou mais conjuntos, representando o total de possibilidades de ocorrência de um determinado evento¹⁴. Desse modo, é possível notar que ambos os princípios, aditivo e multiplicativo, advêm da teoria de conjuntos, sendo operações que marcam presença na análise combinatória.

Em alguns problemas de combinatória, percebemos que o PFC apresenta uma multiplicação entre números naturais consecutivos, denotada $n!$ (fatorial de n) (SOUZA, 2010). Ainda conforme o autor, podemos definir esse conceito como “considere $n \in \mathbb{N}$, com $n \geq 2$. Definimos como fatorial de n , indicado por $n!$, o produto de n por seus antecessores naturais até o 1, ou seja: $n! = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot (n - 3) \cdot \dots \cdot 1$ ” (SOUZA, 2010, p. 222). Ressaltamos que os valores de $0!$ e $1!$ são dados por convenção somente nos estudos de nível médio (PAIVA, 2013; SOUZA, 2010).

Em combinatória, comumente estudamos os agrupamentos de arranjo, permutação e combinação. Contudo, Paiva (2013) informa que as permutações são casos particulares de arranjos e as entendemos como uma reunião que utiliza todos os objetos listados, de maneira que cada organização diferente gera um novo conjunto. Além disso, esses agrupamentos podem ser classificados em simples e com repetição¹⁵. Segundo Paiva (2013), eles são “[...] simples quando não é permitida a repetição de elemento(s) em um mesmo agrupamento” (p. 159). Já quando são com repetição ou completos, permitem a recorrência dos constituintes (PAIVA, 2013). Isto é, os arranjos simples não aceitam a reincidência de integrantes, enquanto os

¹⁴ A palavra evento empregada aqui não se relaciona com a ideia desse termo no conteúdo de probabilidade. Foi utilizada como sinônimo para acontecimento.

¹⁵ Consideramos as permutações como casos particulares de arranjo. Contudo, salientamos que também existem as permutações circulares. Elas são entendidas como aquelas nas quais “[...] o que importa é apenas a posição relativa dos objetos entre si” (MORGADO et al., 1991, p. 42).

arranjos com repetição permitem a existência desse fato. No entanto, com base em nossa experiência na educação básica, focalizamos e definimos os agrupamentos simples.

Paiva (2013, p. 159) entende arranjos como “[...] agrupamentos em que **se considera a ordem** dos elementos; qualquer mudança na ordem dos elementos **altera** o agrupamento”. Ou seja, é um grupo de componentes no qual a ordem de cada integrante é relevante e, caso um deles seja alterado de posição, um conjunto diferente é formado. O mesmo autor ainda define arranjo simples como aquele em que “dados os n elementos distintos do conjunto $I = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$, chama-se **arranjo simples** de p elementos de I toda sequência formada por p elementos **distintos** de I com $p \in N^*$ e $p \leq n$ ” (PAIVA, 2013, p. 160). Algebricamente, representamos arranjo simples por $A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}$, pois subentende-se que: (i) nem todos os elementos elencados em um conjunto serão utilizados, caso $p < n$; e (ii) todos os elementos elencados serão utilizados, caso $p = n$.

Conforme já mencionamos, a permutação é um caso particular de arranjo, pois se comporta como qualquer reunião de n elementos distintos de maneira ordenada (ZANON, 2019). Assim, podemos definir permutação simples como “dados os n elementos distintos do conjunto $I = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$, chama-se **permutação simples** dos n elementos de I todo **arranjo simples** desses n elementos tomados n a n ” (PAIVA, 2013, p. 163). Algebricamente, representamos permutação simples por $P_n = n!$, pois a entendemos como um caso particular de arranjo em que $n = p$.

Por fim, Paiva (2013) define combinações como “[...] agrupamentos em que **não se considera a ordem** dos elementos; portanto, mudanças na ordem dos elementos **não alteram** o agrupamento” (p. 159). Isto é, a ordem dos componentes não é relevante, visto que existem conjuntos que apresentam a mesma informação com seus constituintes em organizações diferentes. Assim como nos arranjos e permutações, temos também a combinação simples, em que “dados os n elementos distintos do conjunto $I = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$, chama-se **combinação simples** de p elementos de I todo subconjunto de I formado por p elementos com $\{n, p\} \subset N$ e $p \leq n$ ” (PAIVA, 2013, p. 170). Algebricamente, representamos combinação simples por $C_{n,p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$, pois subentende-se que a ordem dos elementos não importa.

Além dos agrupamentos aqui mencionados, em análise combinatória existem técnicas de contagem, tais como: princípio da inclusão-exclusão; princípio das gavetas de Dirichlet ou princípio da casa dos pombos; funções geradoras; teoria de Ramsey; entre outras (MORGADO et al., 1991). Todavia, não os comentaremos aqui, uma vez que não constituem nosso foco de

investigação. Com base no conhecimento matemático abordado, prosseguiremos para o próximo tópico, que vem tratar das ideias de problemas, problemas em matemática e resolução de problemas.

Resolução de problemas

A resolução de problemas em matemática vem sendo estudada há alguns anos. Onuchic (1999) destacou que “o ensino de Resolução de Problemas, enquanto campo de pesquisa em Educação Matemática, começou a ser investigado de forma sistemática sob a influência de Polya, nos Estados Unidos, nos anos 60” (p. 203). Com base nos estudos de Andrade (1998)¹⁶, a autora informa que grande parte da literatura hoje conhecida em resolução de problemas teve origem com os trabalhos de Polya, datados de 1944/1945. De acordo com Onuchic (1999), entre 1960 e 1980, a matemática era ensinada com o objetivo de resolver problemas, valorizando as diferentes técnicas utilizadas.

Ainda nesse período, o *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) publicou uma lista de recomendações chamada *An Agenda for Action: Recommendations for School Mathematics of the 1980's*, que buscava orientar a melhoria da educação matemática por meio da inserção da resolução de problemas na escola. Então, a partir da década de 1980, no Brasil, começou-se a trabalhar com essa temática. Desde os anos 1990, com os estudos empreendidos por Lourdes de la Rosa Onuchic, até o período atual, a resolução de problemas passou a ser vista e pensada como uma metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática, objetivando impulsionar a construção do conhecimento pelos alunos.

Para isso, Onuchic (1999) sugere a associação de determinados problemas do cotidiano com a matemática. Assim, ressalta que essa integração “[...] envolve aplicar a matemática ao mundo real, atender a teoria e a prática de ciências atuais e emergentes e resolver questões que ampliam as fronteiras das próprias ciências matemáticas” (ONUCHIC, 1999, p. 204). Para a autora, a conexão entre ambas as áreas de conhecimento é capaz de aumentar o campo de estudos e aplicações práticas, interligando teoria e prática.

Embora o termo problema tenha conotação semelhante quando se fala do cotidiano e da matemática, nesta última ele é definido como algo que queremos resolver e nos apresenta uma dificuldade inicial para a qual não temos uma solução imediata (POLYA, 1995; SANTOS,

¹⁶ ANDRADE, Silvanio de. **Ensino-aprendizagem de matemática via resolução, exploração, codificação e descodificação de problemas e a multicontextualidade da sala de aula**. 1998. 325 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1998.

1997). Assim, o que é problema matemático para um pode não ser para o outro, uma vez que, no momento em que conhecemos procedimentos imediatos para resolvê-lo, ele passa a ser um exercício (POLYA, 1995).

Quando pensamos no exemplo da pesquisa de intenção de votos, podemos entendê-la como problema, porque queremos descobrir qual candidato está levando vantagem na corrida eleitoral. Então, no momento em que o problema é analisado e compreendido, conseguimos elaborar estratégias viáveis para a sua resolução, neste caso, para a coleta e análise dos dados. Por outro lado, quando o pesquisador vai a campo com os modos de coleta de informações elaborados previamente, pode-se compreender que a situação passa a não ser um problema, pois ele já possui um método que possibilita sua resolução (SANTOS-WAGNER, 2008).

Na escola, vemos essa situação no contato inicial dos estudantes com problemas matemáticos apresentados pelos professores na introdução dos conteúdos, pois os alunos ainda não possuem estratégias para solucioná-los. Por isso, ao falar sobre a resolução de problemas, os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática [PCN] (BRASIL, 1998) afirmam que, “[...] no processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas [...] de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las” (p. 40).

Assim, essa concepção visa despertar nos discentes meios para criarem métodos que solucionem problemas de matemática inicialmente vistos como algo sem solução. Geralmente o processo de resolução de problemas “[...] demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, mas é possível construí-la” (BRASIL, 1998, p. 41). Desse modo, os problemas de matemática e sua resolução necessitam de uma análise crítica e interpretativa para atingir o objetivo inicial proposto, que é a busca por uma possível resposta.

Nessa perspectiva, os PCN (BRASIL, 1998) sugerem a resolução de problemas no ambiente escolar “[...] como ponto de partida da atividade Matemática” (p. 16). Por isso, Polya (1997) destaca que resolver um problema é

[...] encontrar os meios desconhecidos para um fim nitidamente imaginado. Se o fim por si só não sugere de imediato meios, se por isso temos de procurá-los refletindo conscientemente sobre como alcançar o fim, temos de resolver um problema. Resolver um problema é encontrar um caminho onde nenhum outro é conhecido de antemão, encontrar um caminho a partir de uma dificuldade, encontrar um caminho que contorne um obstáculo, para alcançar um fim desejado, mas não alcançável imediatamente, por meios adequados (p. 1-2).

Desse modo, a resolução de problemas trata de desenvolver um processo criativo e investigativo no aluno, gerando capacidade para solucionar situações que inicialmente pareciam

complexas. Assim, as reflexões geradas pelos processos criativo e investigativo aos poucos vão se tornando naturais. No momento em que é possível ver a relação da matemática com a resolução de problemas no ambiente escolar, Santos-Wagner (2008) exemplifica como seria o ensino envolvendo ambas. Segundo a autora,

[...] os problemas são valorizados não apenas com o propósito de aprendizagem em matemática, mas como um meio de fazer matemática. O ensino de um tópico começa com uma situação problema que engloba aspectos centrais (chaves) do mesmo e as técnicas e procedimentos matemáticos desenvolvem-se como respostas razoáveis aos problemas propostos (SANTOS-WAGNER, 2008, p. 60).

Santos-Wagner (2008) diz, ainda, que os docentes devem elaborar situações-problema e mostrar possíveis estratégias para solucioná-las, tomando por base a heurística de Polya, que consiste em quatro passos: compreender o problema; estabelecer um plano; executar o plano; e fazer uma recapitulação da resolução desenvolvida, analisando os principais detalhes (POLYA, 1995). Além disso, Polya (1995) sugere que o professor apresente questões genéricas aos estudantes, que podem ser usadas por eles quando resolvem quaisquer situações-problema. Por isso, incentiva que o docente seja um questionador oportuno. Desse modo, como afirma Santos-Wagner (2008), o professor deve utilizar (i) a resolução de problemas no ensino de matemática para estimular seus alunos a conhecer as diversas formas de solucionar um problema; (ii) o pensamento de Polya como base para a resolução; e (iii) a troca de informações acerca do modo que cada um utilizou para resolver as atividades. Após essa breve apresentação sobre a resolução de problemas, abordaremos na sequência as tecnologias digitais integradas à educação.

As tecnologias digitais integradas à educação

Com o avanço tecnológico, foi possível elaborar *softwares* voltados à educação. Esses aplicativos caracterizam-se como “[...] todo aquele programa que possa ser usado para algum objetivo educacional, pedagogicamente defensável, por professores e alunos, qualquer que seja a natureza ou finalidade para o qual tenha sido criado” (LUCENA, 1992; citado por TEIXEIRA; BRANDÃO, 2003, p. 2). Desse modo, existem aplicativos com finalidades educativas variadas, que podem ser utilizados em diversas áreas de conhecimento.

Gravina e Santarosa (1998) afirmam que integrar as tecnologias à educação pode ser benéfico. De acordo com elas, o mercado já

[...] dispõe de programas com características que os tornam potentes ferramentas para o ensino e aprendizagem da Matemática [...]. São programas onde os alunos podem modelar, analisar simulações, fazer experimentos, conjecturar. Nestes ambientes os alunos expressam, confrontam e refinam suas ideias e ‘programam’ o computador sem precisar usar recursos de linguagem de programação [...]. Utilizam, pelo contrário,

processos de representação muito próximos [...] [daqueles] com ‘lápiz e papel’, não sendo-lhes [sic] exigido o conhecimento e domínio de uma nova sintaxe e morfologia, aspectos inerentes a uma linguagem de programação (p. 2).

Com base na fala das autoras, podemos dizer que os *softwares* proporcionam um processo de ensino e de aprendizagem dinâmico. Isso ocorre, pois é possível analisar as situações apresentadas pelo professor instantaneamente, e, em caso de constatação de erro, ele pode ser corrigido pelos próprios alunos de forma imediata. Esse fato tende a tornar a aula mais interessante para os alunos, uma vez que esses *softwares* podem ser utilizados em computadores e *smartphones*. Por isso, acredita-se que o uso do computador traz grandes contribuições para a aprendizagem, já que

[...] a variedade de possibilidades de respostas que o computador pode apresentar conduz, também, a que os alunos, em sala de aula, comparem, entre si, as soluções obtidas. Eles analisam diferenças e semelhanças e discutem seus processos e resultados, e este ambiente de interação e colaboração pode ser considerado como bastante favorável ao ensino (ALLEVATO, 2005, p. 90).

Desse modo, notamos que os alunos se tornam protagonistas do processo de ensino e de aprendizagem, pois, ao compararem suas soluções, surgem questionamentos sobre quais procedimentos os colegas usaram e emerge uma visão diferente para a resolução de um mesmo problema. Além de ser um diferencial para os discentes, o uso de computadores torna-se uma alternativa viável para os professores, pois

[...] vale ressaltar que raramente é possível, e nem sempre necessário, que um usuário de computador tenha total conhecimento de como determinado *software* é programado ou quais as peculiaridades de sua implementação em um determinado tipo de equipamento (*hardware*) (ALLEVATO, 2005, p. 92).

Assim, não é necessário ser um especialista em informática para utilizar um *software* de maneira correta. Ou seja, “[...] para utilizar eficientemente o computador para aprender (ou ensinar) Matemática, os alunos (ou o professor) precisam ter conhecimento do que estão fazendo ou pretendem que o computador faça” (ALLEVATO, 2005, p. 79). Desse modo, precisamos também ter um amplo conhecimento matemático, diferente daquele que tínhamos quando os *softwares* não eram utilizados no ambiente escolar (ALLEVATO, 2005). Com base no que apresentamos no referencial teórico, avançaremos para a metodologia que sustentou o desenvolvimento desta pesquisa.

METODOLOGIA

Caracterizamos esta pesquisa como uma revisão bibliográfica sistemática, entendida como “[...] uma síntese de estudos primários que contém objetivos, materiais e métodos claramente explicitados e que foi conduzida de acordo com uma metodologia clara e

reprodutível” (GREENHALGH, 1997, apud BOTELHO; CUNHA; MACEDO, 2011, p. 123). Por isso, mediante a análise de obras acadêmicas, esse tipo de estudo busca compreender como é produzido o conhecimento em uma determinada área e realiza-se com base em conhecimentos já produzidos por um tema (ROMANOWSKI; ENS, 2006). Desse modo, torna-se indispensável para gerar novos saberes qualitativos nos diversos campos do conhecimento.

Para desenvolvê-lo, utilizamos o mapeamento como base para a revisão bibliográfica sistemática de literatura, pois ele nos permite “[...] estabelecer imagens da realidade e dar sentido às diversas informações, captando características relevantes e representando-as por meios inteligíveis a quem possa interessar” (BIEMBENGUT, 2007, p. 294). Assim sendo, o mapeamento possibilita coletar dados importantes acerca de um fato e expressá-los de forma inteligível.

Para realizarmos tal revisão sistemática, estabelecemos alguns procedimentos, a saber: definição de descritores que orientaram as buscas pelos materiais; localização de bancos de pesquisas nos quais acessamos as dissertações mapeadas; estabelecimento de critérios para a identificação dos textos; levantamento das dissertações selecionadas; coleta das produções pesquisadas; leitura das publicações, levantando informações acerca do tema, dos objetivos, das questões norteadoras, das metodologias empregadas, dos resultados e da relação entre o autor e a área; organização de um relatório com as sínteses das informações levantadas; e análise e construção de conclusões iniciais (ROMANOWSKI; ENS, 2006).

Para os dois primeiros procedimentos, utilizamos os termos “análise combinatória”, “combinatória”, “arranjo”, “permutação” e “combinação”, como descritores para a busca realizada no banco de dissertações do PROFMAT¹⁷. No terceiro, refinamos as produções encontradas e selecionamos aquelas que contemplavam os descritores direcionados à educação básica. O quarto procedimento, diz respeito a listagem das dissertações que atenderam aos critérios estabelecidos. Já no quinto, realizamos o *download* das produções selecionadas e no sexto procedimento, estudamos resumo, palavras-chave e introdução das dissertações.

No sétimo, organizamos tabelas contendo os anos de publicação, a quantidade de dissertações publicadas, os respectivos títulos, a instituição vinculada, o autor e seu orientador, os objetivos e questões e as bibliografias utilizadas. No último e oitavo procedimento, analisamos e interpretamos os dados coletados seguindo os seguintes critérios: Quais as motivações dos pesquisadores; como definem análise combinatória e quais autores usam para isso; em quais agrupamentos focalizam e qual a justificativa para esse uso; como a resolução

¹⁷ Dissertações disponíveis em: <https://www.profmtat-sbm.org.br/dissertacoes/>. Acesso em: 29 jul. 2020.

de problemas aparece nesse contexto; como as tecnologias digitais aparecem nas produções; que tipo de pesquisa/estudo foi desenvolvido; houve embasamento metodológico; se sim, qual; se não, apresentou justificativa; qual; e qual o tipo de produto?¹⁸ Para esses casos, estudamos os textos na íntegra. Descritos os procedimentos metodológicos, avançamos para a análise dos dados coletados.

CONVERSANDO COM OS DADOS

A análise dos dados seguiu os critérios mencionados anteriormente na metodologia. Por isso, apresentamos inicialmente o quantitativo de produções por ano, informamos a universidade de origem, o título e a autoria de cada uma. Em seguida, mostramos as motivações dos pesquisadores para o desenvolvimento do estudo. Na sequência, focalizamos a matemática abordada nas dissertações, ou seja, descrevemos a definição de análise combinatória que cada autor utilizou, trazemos o embasamento teórico utilizado para isso, apresentamos os agrupamentos abordados por eles e as justificativas que mencionaram para tais escolhas. Por fim, argumentamos como a resolução de problemas e as tecnologias digitais aparecem no contexto das dissertações analisadas. Posteriormente nos dedicamos aos aspectos metodológicos das pesquisas analisadas. Desse modo, buscamos identificar qual foi o tipo de pesquisa/estudo desenvolvido e se os autores apresentaram algum embasamento metodológico. Finalmente, com base em Zanon (2019), mostramos e categorizamos o tipo de produto apresentado em cada pesquisa.

Quantitativo de produções por ano, universidade de origem, título e autoria

No período de 2016 a 2020/1, encontramos nove dissertações do PROFMAT que abordam o ensino de análise combinatória na educação básica mediado pelas tecnologias digitais. No Quadro 01, mostramos o quantitativo de produções por ano, informamos a universidade de origem, o título, a autoria e o público-alvo de cada uma delas.

Quadro 01 – Produções por ano, universidade de origem, título e autoria

Ano	Origem	Título	Autoria	Público-alvo
2016	-	-	-	-
2017	UFMA	A utilização do GeoGebra na resolução de problemas de análise combinatória	Pablo Silva Império	Alunos do ensino médio
2018	UFMS	Sobre análise combinatória no ensino médio: uma atividade de interpretação	Eder Rodrigo de Matos Pereira	Alunos do ensino médio

¹⁸ O produto será apresentado na análise dos dados e terá como base a definição de Zanon (2019).

2019	UFAL	CombEsq: uma proposta de objeto de aprendizagem para o ensino e aprendizagem de análise combinatória	Dayvid Evandro da Silva Lós	Professores licenciados em matemática em exercício na educação básica
	UFRR	O uso de técnicas de gamificação como auxílio a resolução de problemas no campo da análise combinatória	Igor Pereira Aguiar	Alunos do ensino médio
	UERJ	Resolução de problemas de análise combinatória e aplicação na lousa digital	Monique Andrade da Conceição Couto	Alunos do ensino médio
	UFAM	Um estudo de análise combinatória via teoria de conjuntos	Carlos Adalto Seixas Pantoja	Estudantes da licenciatura em matemática e professores da educação básica que ensinam matemática nos anos finais do ensino fundamental e no ensino médio
	UFG	Uma proposta de interdisciplinaridade utilizando análise combinatória e o algoritmo de colônia de formigas no ensino médio	Delma Erks Pires	Alunos do ensino médio
	UFVJM	Introduzindo temas de análise combinatória por meio de sequência didática	Paulo Roberto dos Santos	Alunos do ensino médio
	UFTM	Ensino de matemática por meio de problemas clássicos de otimização combinatória	Roberto Campos Lima Taveira	Alunos dos ensinamentos fundamental e médio
2020	-	-	-	-

Fonte: Elaborado pelos autores, 2020.

Como podemos observar no quadro acima, o ano de 2019 foi aquele em que mais se produziu acerca do ensino de combinatória na educação básica mediado pelas tecnologias digitais, totalizando sete dissertações. Das nove produções analisadas, seis têm foco particular em turmas de ensino médio. Aguiar (2019) direcionou sua pesquisa a quatro classes, sendo uma da primeira, outra da segunda e duas da terceira série de uma escola estadual, totalizando 66 alunos. Império (2017), Pires (2019) e Santos (2019) voltaram suas produções exclusivamente à segunda série do ensino médio. O primeiro autor pesquisou em duas turmas de um instituto federal, sendo uma com 36 e outra com 30 alunos. O segundo observou uma classe de uma escola rural, com 12 estudantes, porém não aplicou sua pesquisa, assim como o terceiro, que apenas indicou para qual série ela se destinava.

Por fim, Pereira (2018) encaminhou sua produção à segunda e terceira séries de uma instituição privada, não especificando o quantitativo de alunos/turmas, e Couto (2019) pesquisou exclusivamente em uma classe da terceira série do ensino médio de uma escola estadual, com cerca de 30 estudantes. Das três produções restantes, duas mesclam o ensino

médio com algum outro nível: Taveira (2019) direcionou sua pesquisa para turmas da primeira e segunda séries do ensino médio, porém, ao aplicá-la, trabalhou com uma classe de estudantes, de uma escola particular, com foco em treinamento para olimpíadas, contando também com alunos do nono ano do ensino fundamental, totalizando 20 estudantes; Pantoja (2019) conduziu, de maneira teórica, seu estudo para alunos da licenciatura em Matemática, professores da educação básica e discentes do ensino médio em geral. A última dissertação, sob a autoria de Lós (2019), focalizou um grupo de sete professores licenciados em Matemática que atuavam na educação básica. Embora não tenha informado as séries e as escolas, destacou que seis tinham experiência nos ensinos fundamental e médio e um apenas no ensino médio.

Vimos, então, que há um número relevante de produções com enfoque no ensino médio (oito em nove analisadas), o que pode relacionar-se com a homologação da BNCC (BRASIL, 2018) para o ensino médio no fim de 2018. Esse documento indica que os estudantes devem

[...] compreender, utilizar e criar tecnologias de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autonomia na vida pessoal e coletiva (BRASIL, 2018, p. 09).

Ou seja, ele recomenda e instrui como utilizar as tecnologias digitais de informação e comunicação como ferramenta para o desenvolvimento crítico, social e participativo do aluno. Com essas orientações, existe o fato da presença massiva das tecnologias no cotidiano das pessoas, bem como a disponibilidade de uma gama de informações nos meios digitais. Por fim, podemos salientar que, de acordo com os documentos curriculares, tais como a BNCC, (BRASIL, 2018), na segunda série do ensino médio, se aborda o conteúdo formal de combinatória, o que pode justificar esse quantitativo de dissertações.

Outro aspecto a ser levado em conta é a presença da expressão “resolução de problemas” no título de três das nove produções analisadas. Isso se justifica pelo crescente estudo da temática e de sua implementação como metodologia de ensino que, no Brasil, tomou impulso desde o fim da década de 1990, com os estudos de Onuchic (1999). Além disso, a BNCC (BRASIL, 2018) versa sobre esse tema, orientando o uso dessa metodologia como viés para o letramento matemático¹⁹ e como uma forma de fazer o aluno relacionar conhecimentos matemáticos teóricos ao contexto social de forma criativa e crítica.

¹⁹ O letramento matemático é “[...] definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas [...] assegura aos alunos reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo e perceber o caráter de jogo intelectual da matemática, como aspecto que

Esses dados mostram que a resolução de problemas de análise combinatória mediada pelas tecnologias digitais percorre a educação básica com indicações para os anos finais do ensino fundamental, passando pelo ensino médio e chegando ao superior, principalmente nos cursos de licenciatura em Matemática. Nesse ponto, olhando para a segunda questão de investigação – *Quais contribuições uma revisão sistemática dessas dissertações pode oferecer à pesquisa sobre essa temática no Brasil e às práticas de sala de aula?* –, temos que uma revisão sistemática de literatura mostra que não há produções voltadas para a educação infantil e para os anos finais do ensino fundamental. Uma justificativa para isto é o fato de o PROFMAT ser destinado para professores formados em matemática, que normalmente atuam nos anos finais do ensino fundamental, no ensino médio e no superior. Desse modo, é preciso que pesquisadores desenvolvam estudos sobre o tema, envolvendo esses níveis de ensino, pois é muito importante no processo de ensino e de aprendizagem de matemática, conforme preceitua a BNCC (BRASIL, 2017), quando diz que é necessário explorar aspectos corporais, emocionais e sociais, ampliando tanto os saberes da criança em diversas modalidades, como na tecnológica, quanto a compreensão e o uso da tecnologia, de modo a auxiliar a resolver problemas.

Questões e motivações dos pesquisadores

Aqui, apresentamos e analisamos as questões e as motivações dos pesquisadores para o desenvolvimento dos estudos selecionados. No Quadro 02, descrevemos cronologicamente os autores e o ano da produção, a questão que norteou a investigação e as motivações elencadas por eles. As pesquisas foram posicionadas de acordo com o ano de publicação. Iniciamos com aquelas de 2017 e finalizamos com as publicações mais recentes, datadas de 2019.

Quadro 02 – Questões e motivações das dissertações

Autor/ano	Questões	Motivações
Império (2017)	Não possui	<ul style="list-style-type: none"> - Pretende trazer para o aluno um recurso que possibilite que ele faça observações, trace caminhos e faça conjecturas de forma dinâmica para lhe ajudar a resolver problemas de contagem; - Diz que há pouco uso de recursos tecnológicos nas aulas de análise combinatória. Por isso, quer mostrar como o GeoGebra pode ser utilizado no processo de ensino-aprendizagem desse conteúdo.

favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso (fruição)” (BNCC, BRASIL, 2018, p. 266).

Pereira (2018)	Não possui	<ul style="list-style-type: none"> - Destaca que a análise combinatória é um tema importante, pois apresenta a probabilidade ao estudante e também possibilita novos olhares para os problemas vivenciados; - Propõe a utilização de propostas de atividades diferentes das existentes, uma vez que, ao estudar o assunto, sempre são trabalhadas questões clássicas relacionadas com loteria e placas de carro.
Lós (2019)	Como ajudar os alunos a aprender análise combinatória e como incentivar professores a trabalhar análise combinatória de forma diferente? (p. 95)	<ul style="list-style-type: none"> - Preocupa-se com a situação delicada do ensino de matemática na educação básica brasileira, notada nos resultados das avaliações nacionais; - Parte da constatação, em pesquisas, da falta de conhecimento de combinatória apresentado pelos professores e do pouco uso de objetos digitais de aprendizagem nessa área.
Aguiar (2019)	Não possui	<ul style="list-style-type: none"> - Inquieta-se com os baixos rendimentos dos estudantes brasileiros, em escala global, na área da matemática; - Importa-se com as mudanças provocadas pela era digital nos métodos de aprender e executar atividades em geral, com a forte presença de tecnologias digitais no Brasil; - Busca metodologias pedagógicas e estratégias tecnológicas que possam auxiliar os estudantes brasileiros a ter mais estímulos em seus estudos e a melhorar seus resultados em avaliações futuras.
Couto (2019)	Não possui	<ul style="list-style-type: none"> - Busca recursos que contribuam no ensino de análise combinatória em sala de aula, de modo que os professores expliquem de maneira mais dinâmica, contando com maior participação dos alunos e facilitando a aprendizagem, pois notou a falta de interesse dos alunos pelas atividades propostas, principalmente pelos exercícios fora de sua realidade; - Afirma que, mesmo com a combinatória trabalhando a realidade do aluno, nem sempre as situações são interpretadas da maneira como deveriam, para que se chegue a uma solução correta; - Ressalta que a escola e seus sujeitos devem estar preparados para acompanhar as mudanças e os avanços tecnológicos, bem como dispostos a trabalhar com a resolução de problemas em sala de aula.
Pantoja (2019)	Não possui	<ul style="list-style-type: none"> - Pretende viabilizar e disponibilizar uma proposta de ensino-aprendizagem diversificada, ampla e atraente de análise combinatória com base na teoria de conjuntos. - Procura auxiliar os sujeitos envolvidos a superar lacunas no ensino e aprendizagem desse conteúdo; - Planeja ajudar os participantes a ter uma compreensão efetiva dos conceitos matemáticos e uma assimilação real do significado do raciocínio combinatório; - Busca cumprir o disposto nos PCNs, destacando a importância da construção do raciocínio combinatório na formação dos alunos do ensino médio.
Pires (2019)	Não possui	<ul style="list-style-type: none"> - Mostra que as práticas tecnológicas, mediante a utilização de métodos computacionais, contribuem para o desenvolvimento de um pensamento matemático baseado na criatividade e no raciocínio lógico, auxiliando na resolução de problemas diversos no estudo da matemática;

		<ul style="list-style-type: none"> - Destaca que os professores devem compreender e aprender a trabalhar com a resolução de problemas e as ferramentas tecnológicas, uma vez que muitos conteúdos podem ser desenvolvidos por esses meios. Além disso, os professores precisam trabalhar a interdisciplinaridade, visto que alguns conteúdos matemáticos se mostram presentes em outras disciplinas; - Orienta que estudantes para o campo profissional, tendo em vista o futuro, devem buscar soluções flexíveis para uma mesma situação-problema. Essas, além de desenvolver a criatividade, focam o aumento da concentração e da aprendizagem.
Santos (2019)	Como introduzir o tema de análise combinatória de uma maneira mais construtivista? (p. 10)	<ul style="list-style-type: none"> - Incomoda-se com o fato de os livros didáticos deixarem de lado o desenvolvimento do raciocínio combinatório, para apresentar diretamente as fórmulas dos agrupamentos; - Trabalha com sequências didáticas, no intuito de fazer com que o estudante entenda a dinâmica e o comportamento de um problema, a fim de que consiga pensar em estratégias de raciocínio combinatório para solucioná-lo, despreendendo-se, assim, das fórmulas.
Taveira (2019)	Não possui	<ul style="list-style-type: none"> - Cria aulas que fujam dos padrões tradicionais, inspiradas nos problemas clássicos de otimização combinatória, aliados a conteúdos do ensino básico e com o auxílio de materiais lúdicos e tecnológicos; - Entende a discrepância dos índices medidores de proficiência matemática do país; - Destaca que os alunos não acham os conteúdos escolares interessantes.

Fonte: Elaborado pelos autores, 2020.

Ao analisarmos o quadro acima, notamos que sete produções (IMPÉRIO, 2017; PEREIRA, 2018; AGUIAR, 2019; COUTO, 2019; PANTOJA, 2019; PIRES, 2019; TAVEIRA, 2019) não possuíam (ou não identificamos) uma questão norteadora de pesquisa. Todavia, as motivações identificadas em seus textos mostram-nos que existia uma vontade de trazer novas e diferentes metodologias para auxiliar no ensino e na aprendizagem de análise combinatória. Isso nos indica uma insatisfação e preocupação com os atuais meios utilizados para trabalhar o conteúdo em sala de aula, já que buscaram métodos variados para abordá-lo.

Observamos que Aguiar (2019) e Lós (2019) demonstraram receio pelo desempenho dos estudantes das três séries do ensino médio, ao analisarem os resultados deles nas avaliações nacionais e internacionais de larga escala. Couto (2019) e Taveira (2019) mostravam-se apreensivos em relação à falta de interesse dos alunos na forma como o conteúdo era trabalhado de maneira tradicional pelo professor, deixando de lado os avanços tecnológicos e as relações dele com a realidade dos estudantes. Por fim, Pantoja (2019) manifestou inquietação quanto às possíveis lacunas de compreensão de professores e licenciandos em relação ao tema quanto e à ausência de conhecimento matemático para o ensino. Ademais, Santos (2019) demonstrou

preocupação com o entendimento dos estudantes acerca da dinâmica e do raciocínio exigido pelos problemas combinatórios.

Constatamos também que oito pesquisadores se inspiraram em buscar diferentes metodologias para o ensino de análise combinatória. Império (2017), Aguiar (2019), Couto (2019) e Pires (2019) versaram sobre a utilização de recursos tecnológicos como instrumentos didáticos para atividades em sala de aula: GeoGebra; Playmath, um aplicativo para celular; lousa digital; MatLab e Excel, respectivamente. Couto (2019) e Pires (2019) ainda abordaram a importância de trabalhar a resolução de problemas de combinatória (COUTO, 2019) e otimização combinatória (PIRES, 2019) em conjunto com as tecnologias digitais. Por fim, Pereira (2018), Pantoja (2019), Santos (2019) e Taveira (2019) escreveram sobre a possibilidade de utilizar outros tipos de metodologias, tais como sequências didáticas e problemas de otimização combinatória, para alterar o modelo-padrão de ensino e fazer com que o estudante pense em novas estratégias, ao deparar com problemas combinatórios.

Destacamos, ainda, que parte das motivações de Lós (2019) advém de um mapeamento prévio realizado sobre a construção de objetos de aprendizagem, suas formas de aplicação em sala de aula e que resultados são obtidos com o uso deles. Nesse estudo, encontrou pesquisas que apontavam o baixo uso dessas ferramentas digitais na área da análise combinatória e a falta de conhecimento dos docentes sobre esse tema. Nesse mesmo contexto, salientamos que, do total de nove produções, apenas em duas (COUTO, 2019; PIRES, 2019) os autores dialogaram diretamente sobre o uso simultâneo da resolução de problemas e das tecnologias digitais. Isso nos mostra a pouca atenção destinada a essa temática.

Considerando o nosso objeto de investigação e as aproximações dele com as pesquisas de Lós (2019), Couto (2019) e Pires (2019), temos que uma revisão sistemática de literatura, foco da segunda questão de investigação, mostra o baixo número de pesquisas direcionadas ao uso de tecnologias digitais na educação básica, bem como sua associação com a resolução de problemas. A BNCC (BRASIL, 2018) indica o uso dessas temáticas (resolução de problemas e tecnologias digitais) no ambiente escolar. Todavia, conforme mostramos no Quadro 02 e em nossas reflexões, poucas são as pesquisas que trabalham esses temas em conjunto, talvez por medo, falta de conhecimento ou pouco incentivo para utilizar novas metodologias no ensino.

A matemática abordada nas dissertações

Descrevemos, neste tópico, a definição de combinatória evidenciada pelos autores das dissertações analisadas. Trazemos o embasamento teórico que eles utilizaram para defini-la.

Apresentamos também os agrupamentos focalizados por eles e as justificativas que mencionaram para o determinado enfoque. Por fim, argumentamos como a resolução de problemas e as tecnologias digitais apareceram no contexto das dissertações.

Sobre a definição de análise combinatória

A seguir, no Quadro 03, apresentamos os títulos das pesquisas, seus autores e ano de publicação. Além disso, mostramos as definições de combinatória mencionadas por eles, o suporte teórico usado e os agrupamentos focalizados.

Quadro 03 – Título, autor, ano, definição de combinatória, teoria e agrupamentos

Título, autor e ano	Definições	Embasamento teórico	Agrupamentos
A utilização do GeoGebra na resolução de problemas de análise combinatória (IMPÉRIO, 2017)	Não apresentou uma definição formal para o conceito de análise combinatória.	O autor embasou-se em Morgado et al. (2006), Dante (2013), Dolce e Pompeo (1999) e Lima et al. ²⁰ (2016; 2012), para definir os conceitos de princípio aditivo e multiplicativo, permutação simples, circular e com repetição, e combinação simples e com repetição.	Permutação simples, circular e com repetição; e combinação simples e com repetição.
Sobre análise combinatória no ensino médio: uma atividade de interpretação (PEREIRA, 2018)	“[...] conjunto de métodos e técnicas de contagem, que nos auxiliam de forma direta ou indireta a saber a quantidade de elementos de um certo grupo finito” (PEREIRA, 2018, p. 09).	O pesquisador tomou como base: Santos, Mello e Murari (2007); Morgado e Carvalho (2015); e Iezzi et al. (2002), para conceituar os princípios aditivo e multiplicativo, fatorial, permutação simples, arranjo simples e combinação simples. Posteriormente se baseou em Santos, Mello e Murari (2007) para definir permutação com repetição e circular e combinação com repetição. Por fim, o próprio autor elaborou um capítulo destinado a um teorema sobre soluções inteiras de equações lineares com os coeficientes unitários.	Permutação simples, com repetição e circular; arranjo simples; combinação simples e com repetição; e teorema sobre soluções inteiras de equações lineares com os coeficientes unitários.

²⁰ A publicação de 2016 denomina-se “A matemática do ensino médio”, volume 2. Já a outra é intitulada de “Temas e problemas elementares”.

<p>CombEsq: uma proposta de objeto de aprendizagem para o ensino e aprendizagem de análise combinatória (LÓS, 2019)</p>	<p>“[...] visa desenvolver métodos que permitam contar o número de elementos de um conjunto, sendo estes elementos, agrupamentos formados sob certas condições” (LÓS, 2019, p. 18 citando HAZZAN, 1977, p. 01).</p>	<p>O investigador embasou-se em Iezzi (1997), Morgado et al. (1991) e Lima et al. (1998), para conceituar o princípio multiplicativo, os arranjos simples e com repetição, as permutações simples e com repetição e as combinações simples. Hazzan (1977) apareceu apenas para definir formalmente o conceito de combinatória.</p>	<p>Arranjo simples e com repetição; permutação simples e com repetição; e combinação simples.</p>
<p>O uso de técnicas de gamificação como auxílio à resolução de problemas no campo da análise combinatória (AGUIAR, 2019)</p>	<p>“[...] desenvolver métodos para que sejamos capazes de realizarmos a contagem do número de elementos de um determinado conjunto que possui certas condições” (AGUIAR, 2019, p. 15 citando HAZZAN, 1993).</p> <p>“[...] a parte da matemática que analisa estruturas e relações discretas” (AGUIAR, 2019, p. 15 citando MORGADO et al., 1991, p. 01).</p>	<p>O autor tomou por base Hazzan (1993) e Morgado et al. (1991), para definir formalmente a análise combinatória, bem como versar sobre o princípio multiplicativo, arranjos simples e com repetição, permutação simples, fatorial e combinação simples.</p>	<p>Arranjo simples e com repetição; permutação simples; e combinação simples.</p>
<p>Resolução de problemas de análise combinatória e aplicação na lousa digital (COUTO, 2019)</p>	<p>“[...] é a parte da Matemática que analisa estruturas e relações discretas” (COUTO, 2019, p. 33 citando MORGADO et al., 2016).</p>	<p>A pesquisadora baseou-se em Lima et al. (2006), Iezzi (1985) e Morgado et al. (1991), para apresentar os conceitos de princípio aditivo e multiplicativo, fatorial, permutação simples, com repetição e circular, arranjo simples e com repetição, combinação simples e com repetição, números binomiais e triângulo de Pascal.</p>	<p>Permutação simples, com repetição e circular; arranjo simples e com repetição; e combinação simples e com repetição.</p>
<p>Um estudo de análise combinatória via teoria de conjuntos (PANTOJA, 2019)</p>	<p>“[...] é um dos mais importantes tópicos da matemática discreta, devido ao seu vasto campo de aplicabilidade. Além do mais, permite a criação de situações-problema que podem ser discutidas através da construção e discussão de ideias, favorecendo o desenvolvimento da capacidade crítica-</p>	<p>O investigador tomou por base Morgado et al. (1991) para conceituar os princípios aditivo e multiplicativo. O pesquisador também se apoiou em Dante (2005), para definir arranjo e combinação simples.</p>	<p>Permutação simples e com repetição; arranjo simples; combinação simples e com repetição; e princípio da inclusão-exclusão.</p>

	argumentativa em diversos níveis de ensino, do Médio ao Superior” (PANTOJA, 2019, p. 01).		
Uma proposta de interdisciplinaridade utilizando análise combinatória e o algoritmo de colônia de formigas no ensino médio (PIRES, 2019)	<p>“[...] a parte da Matemática que estuda métodos e técnicas que permitem resolver problemas relacionados a contagem, ou seja, é o estudo de um conjunto de possibilidades finitas, com base em critérios que possibilitam a contagem” (PIRES, 2019, p. 14 citando GOUVEIA, 2018).</p> <p>“[...] a parte da Matemática que desenvolve técnicas e métodos de contagem que nos permite resolver questões relacionadas à contagem com um elevado grau de dificuldade de maneira mais simplificada” (PIRES, 2019, p. 14 citando ALMEIDA et al., 2011, p. 226).</p>	A autora baseou-se em Gouveia (2018) apenas para trazer uma definição formal de combinatória. A pesquisadora também tomou por base Paiva (2015), para conceituar o princípio fundamental da contagem e fatorial. Por fim, a investigadora utilizou as ideias de Almeida et al. (2011), para versar sobre permutação, arranjo e combinação, ambos simples.	Permutação simples; arranjo simples; e combinação simples.
Introduzindo temas de análise combinatória por meio de sequência didática (SANTOS, 2019)	<p>“[...] é a parte da Matemática que analisa estruturas e relações discretas” (SANTOS, 2019, p. 13 citando MORGADO et al., 2006).</p> <p>“[...] uma metodologia para contar objetos com certas restrições sem ter que listar todos esses objetos” (SANTOS, 2019, p. 13 citando MORGADO et al., 2006).</p>	O autor apoiou-se em Morgado et al. ²¹ (2006; 2004) para conceituar permutação simples e circular, arranjo simples e com repetição e combinação simples.	Permutação simples e circular; arranjo simples e com repetição; e combinação simples.
Ensino de matemática por meio de problemas clássicos de otimização combinatória (TAVEIRA, 2019)	“[...] enumerar ou contar elementos de um conjunto que cumpram certas condições específicas” (TAVEIRA, 2019, p. 33).	O autor tomou por base Goldbarg, Pacca e Luna (2005), Rocha (2013), Rech (2019) e Pardini (2019), para falar sobre os problemas de otimização combinatória.	Combinação simples.

Fonte: Elaborado pelos autores, 2020.

²¹ Livros escritos por Morgado, Carvalho, Carvalho e Fernandez e intitulados Análise Combinatória e Probabilidade. Contudo, a produção de 2004 possui exercícios com as respectivas resoluções.

Olhando o Quadro 3, constatamos que oito autores (PEREIRA, 2018; LÓS, 2019; AGUIAR, 2019; COUTO, 2019; PANTOJA, 2019; PIRES, 2019; SANTOS, 2019; TAVEIRA, 2019) trouxeram definições de combinatória, das quais podemos destacar três olhares sobre esse conteúdo: (i) o estudo de métodos e técnicas que permitem contar elementos de um conjunto, ou seja, o entendimento de estratégias que podem auxiliar na contagem dos integrantes de uma coleção; essa interpretação foi mostrada por Pereira (2018), Lós (2019), Aguiar (2019), Pires (2019), Santos (2019) e Taveira (2019); (ii) a visão da combinatória como o estudo das estruturas e relações discretas, por isso analisa os elementos distintos e suas inter-relações sob determinadas condições; Aguiar (2019), Couto (2019) e Santos (2019) descreveram o tema com esse ponto de vista; por fim, constatamos um (iii) olhar voltado para sua aplicabilidade e possibilidade de desenvolvimento crítico e argumentativo por parte do aluno, conforme relatou Pantoja (2019). À luz da BNCC (2018), entendemos que a combinatória deve contemplar essas três visões, desde métodos para a contagem de elementos, passando pelo estudo de suas relações particulares, suas inter-relações sob determinadas condições e chegando ao desenvolvimento crítico do estudante.

Ao observarmos os agrupamentos focalizados pelos autores, notamos motivos variados para o enfoque dado. Império (2017) justificou suas escolhas dizendo ser uma introdução de conceitos necessários para o prosseguimento de sua pesquisa, que investigou o uso do *software* GeoGebra como uma ferramenta de auxílio na resolução de problemas de contagem. Pereira (2018) sentiu a necessidade de apresentar os princípios básicos dos métodos combinatórios, além daqueles não encontrados nos materiais do ensino básico, tais como os livros didáticos. O autor pretendia melhorar o entendimento das técnicas de combinações com repetição e compreender a relação entre as soluções inteiras de equações lineares com coeficientes unitários em problemas de contagem. Lós (2019) quis apresentar os tópicos de combinatória presentes no ensino médio.

Ao voltarmos nossa atenção para a produção de Aguiar (2019), notamos que seu enfoque nos conceitos mencionados foi orientado para servir de base para o desenvolvimento de seu protótipo, um aplicativo para celulares *android* chamado Playmath. Couto (2019) defendeu a escolha dos agrupamentos citados por acreditar que eram conceitos básicos e necessários para o entendimento dos problemas apresentadas em seu trabalho. Pantoja (2019) queria fazer com que o aluno solucionasse atividades de combinatória utilizando a linguagem de conjuntos, pois a segunda era uma maneira de estudar as estruturas da primeira.

Pires (2019) afirmou que os conceitos apresentados visavam auxiliar na elaboração de uma maneira mais precisa de encontrar a resposta de sua atividade de investigação: “[...] de quantas maneiras a rota X pode sair da unidade escolar mencionada e retornar para a mesma utilizando o melhor caminho?” (PIRES, 2019, p. 43). Santos (2019) escolheu os agrupamentos mencionados, afirmando que eram os principais tópicos dentro da análise combinatória para a segunda série do ensino médio. E, por fim, Taveira (2019) disse que os conceitos apresentados serviam de base para o desenvolvimento de sua pesquisa, destinada à elaboração de aulas fundamentadas em problemas de otimização combinatória, conectadas com conteúdos combinatórios do ensino médio e com materiais lúdicos e tecnológicos.

Apresentamos, no Quadro 04, os autores mais utilizados pelos pesquisadores na escrita do embasamento teórico acerca do conceito de combinatória apresentado e dos agrupamentos definidos, bem como o número de aparição deles nas dissertações estudadas.

Quadro 04 – Principais autores citados e número de suas aparições

Autor(es)	Nº de aparições
Morgado, Carvalho, Carvalho e Fernandez ²² (2006; 2004; 1991)	07
Lima, Carvalho, Wagner e Morgado ²³ (2016; 2012; 2006; 1998)	05
Dante ²⁴ (2013; 2005)	02
Hazzan ²⁵ (1993; 1977)	02
Iezzi ²⁶ (1997; 1985)	02
Almeida, Iezzi, Dolce, Degenszajn e Périgo (2011)	01
Dolce e Pompeo (1999)	01
Goldbarg, Pacca e Luna (2005)	01
Gouveia (2018)	01
Iezzi, Dolce, Degenszajn e Périgo (2002)	01
Morgado e Carvalho (2015)	01
Paiva (2015)	01
Pardini (2019)	01
Rech (2019)	01
Rocha (2013)	01
Santos, Mello e Murari (2007)	01

Fonte: Elaborado pelos autores, 2020.

Ao observarmos o Quadro 04, notamos que livros de autoria de Morgado, Carvalho, Carvalho e Fernandez apareceram sete vezes. Esse fato mostra-nos que esses estudiosos tiveram

²² Todos os livros foram intitulados de “Análise combinatória e probabilidade”. Contudo, o de 2004 foi acrescido das soluções dos exercícios.

²³ Os livros de 2016, 2006 e 1998 são intitulados de “A matemática do ensino médio, volume 2”. Enquanto isso, o de 2012 recebeu o título de “Temas e problemas elementares”.

²⁴ Intitulados, respectivamente, de “Matemática: contexto e aplicações, volume 2” e “Matemática volume único”.

²⁵ Nomeado de “Fundamentos de matemática elementar: combinatória e probabilidade”, volume 5.

²⁶ Chamado de “Fundamentos de matemática elementar”. Lós (2019), em seu referencial teórico, cita Iezzi (1997). Contudo, em suas referências, aponta Iezzi (1977).

bastante peso teórico, por terem escrito talvez sobre tópicos de matemática discreta, como a combinatória, há bastante tempo e por terem feito parte do Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA). Além disso, eles podem ter-se tornados referência na área de análise combinatória, por serem professores de matemática. Destacamos também as produções de Lima, Carvalho, Wagner e Morgado, que apareceram cinco vezes. Assim como o primeiro grupo de autores citados, esse segundo já registrou informações sobre análise combinatória, cujas produções vêm sendo republicadas.

Evidenciamos autores como Iezzi, Dolce, Degenszajn, Périgo, Dante, Hazzan, Pompeo e Paiva, que trabalham com uma linguagem voltada para os alunos do ensino médio, pois são escritores de livros didáticos. Esse fato produz uma escrita de mais fácil compreensão. Por fim, temos Almeida, Iezzi, Dolce, Degenszajn e Périgo, que também escrevem livros didáticos; Gouveia, que produz *blogs* sobre combinatória; Pardini, Rech, Rocha, Goldberg, Pacca, Luna, que grafam sobre otimização combinatória em *blogs*, artigos, dissertação e livros voltados para graduação e pós-graduação, respectivamente; e Santos, Mello e Murari, que também escrevem livros didáticos sobre combinatória. Utilizam uma linguagem mais técnica, por isso seus textos são destinados a professores de ensino médio e de cursos preparatórios para vestibular.

Sobre a resolução de problemas

Neste tópico comentamos como a resolução de problemas é discutida/tratada em cada produção. Na análise realizada na seção sobre o quantitativo de produções por ano, universidade de origem, título e autoria, destacamos três dissertações que apresentaram o termo “resolução de problemas” em seu título. Começamos a nos questionar se as outras produções analisadas também tratavam dessa temática. Uma leitura mais aprofundada das nove dissertações nos permitiu organizar o Quadro 05, no qual mencionamos o tipo de compreensão ou não dos autores sobre suas percepções acerca da resolução de problemas.

Quadro 05 – Autores e suas percepções sobre resolução de problemas

Autor/ano	Percepção acerca de resolução de problemas	Argumento do autor
Império (2017), Pereira (2018), Pantoja (2019) e Santos (2019)	Os autores não apresentaram um embasamento teórico sobre o assunto. Contudo, com base na leitura de sua produção, entendemos que eles compreenderam essa temática como o ato de solucionar um problema matemático.	- “[...] este trabalho teve como foco a resolução de problemas de contagem com ajuda do software GeoGebra. Para isso, mostrou-se alguns problemas resolvidos com o auxílio do aplicativo e como foram confeccionadas as construções” (IMPÉRIO, 2017, p. 49). - “[...] conclui também que quanto maior o leque de exercícios resolvidos pelo aluno, maior é a sua eficiência

		em resolver o próximo problema [...]” (PEREIRA, 2018, p. 67). - “[...] instigando o aluno a perceber que os conceitos e fórmulas são meros coadjuvantes para a resolução de problemas, mas que o entendimento construtivo deles facilita a solução” (PANTOJA, 2019, p. 01). - “[...] portanto, o que se espera de um estudante ao resolver um problema de Análise Combinatória é que este não fique focado em qual “fórmula” utilizar, mas sim como deve proceder [...]” (SANTOS, 2019, p. 15).
Lós (2019)	O pesquisador entendeu essa temática como uma metodologia de ensino. E, para defender seu pensamento, apresentou brevemente as orientações dos PCN+ ensino médio (Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias) (BRASIL, 2002), dialogou com Silva e Pessoa (2015) sobre os objetivos dessa metodologia e expos Polya (2006) e sua heurística, que serviu de base para a elaboração das situações-problema trabalhadas em sua pesquisa.	- “[...] uma metodologia que assenta as discussões realizadas acima e que vem sendo motivo de vários estudos é a resolução de problemas [...]” (LÓS, 2019, p. 32).
Aguiar (2019)	O investigador compreendeu a resolução de problemas como uma metodologia de ensino. Com isso, defendeu seu ponto de vista pautado em documentos orientadores, como a BNCC (BRASIL, 2018). Além disso, dialogou com Polya (2003) e seu método de resolução de problemas de matemática, que serviu de base para elaborar as situações-problema trabalhadas em sua investigação.	- “[...] a resolução de problemas atualmente é uma das metodologias de ensino mais utilizadas por professores a aplicada não apenas no ensino de matemática. Ela é conceituada por vários pesquisadores como um conjunto de etapas que devem ser realizadas para solucionar determinados problemas, sendo que para (POLYA, 2003) os estudantes devem percorrer por quatro etapas [...]” (AGUIAR, 2019, p. 27).
Couto (2019)	A autora entendeu essa área de estudos como uma metodologia de Ensino – Aprendizagem – Avaliação de matemática por meio da resolução de problemas, com base em Onuchic (2008). Para defender seu ponto de vista, apresentou Polya (1978) e sua heurística, bem como se apropriou das ideias e argumentos de Allevato (2005), Huamán (2006) e Onuchic (2008), visando adequar os problemas de combinatória a essa metodologia de ensino.	- “[...] a Resolução de Problemas é vista como um fator determinante para o ensino de Matemática, pois é a partir dessas atividades que é dada aos alunos a oportunidade de vivenciar situações que os levam a adquirir novos saberes matemáticos” (COUTO, 2019, p. 27).
Pires (2019)	A investigadora não apresentou um aporte teórico acerca dessa temática. Todavia, versou sobre a importância de trabalhar a resolução de problemas como metodologia de ensino e mencionou Dante (1998), ao dizer sobre a dificuldade de trabalhar esse tema em sala de aula.	- “[...] para amenizar este tipo de problema, nota-se a importância dos professores compreender e aprender como trabalhar esta metodologia, para desenvolver no discente a capacidade de resolver situações desafiadoras com criatividade, interagindo entre os colegas para que a comunicação e o aprendizado se desenvolva melhor” (PIRES, 2019, p. 10).
Taveira (2019)	O pesquisador entendeu a resolução de problemas como uma metodologia de ensino, com base em Rech (2019). Além disso, apoiou-se em Polya (2006; 1997) e Rech (2019), para trabalhar	- “[...] outras metodologias de ensino devem ser levadas em consideração, o comum e o usual são avessos da inovação. Neste trabalho explora-se,

	problemas de otimização combinatória na educação básica, por meio de argumentos combinatórios e recursos digitais.	através da resolução de problemas e da ludicidade, metodologias de aulas motivadas pelas versões mais simples de alguns problemas de otimização [...]” (TAVEIRA, 2019, resumo).
--	--	---

Fonte: Elaborado pelos autores, 2020.

Ao olharmos o Quadro 05, notamos dois grupos de visões acerca da resolução de problemas: (i) solução de exercícios e/ou situações problemas; e (ii) metodologia de ensino. Império (2017), Pereira (2018), Pantoja (2019) e Santos (2019) fazem parte do primeiro conjunto de interpretação dessa temática. Constatamos que esses pesquisadores não apresentaram um aporte teórico descrevendo conceitos e definições sobre a resolução de problemas. Pareceu-nos que eles entenderam e utilizaram essa expressão como sinônimo para exercícios²⁷ e atividades²⁸. Contudo, destacamos que Santos (2019), ao elaborar os problemas utilizados em sua pesquisa, guiou a aprendizagem dos alunos através de reflexões geradas pelos questionamentos presentes em suas atividades, conforme sugere Polya (1997).

Lós (2019), Aguiar (2019), Couto (2019), Pires (2019) e Taveira (2019) situam-se no grupo de autores que entenderam a resolução de problemas como uma metodologia de ensino. Para isso, respaldaram-se nos estudos de Fonte (2008), Silva (2013), Souza (2010), Yahata (2012), Polya (2006; 2003; 1997; 1978), Onuchic (2008), Allevato (2005), Huamán (2006), Dante (1998), Rech (2019), Lós (2019) e Aguiar (2019). Além disso, apresentam documentos orientadores, como a BNCC (BRASIL, 2018), os PCN (2002) e os estudos de Polya (2006; 2003), para expor essa temática e defender seu uso no processo de ensino e de aprendizagem de combinatória. Lós (2019) ainda dialoga com as ideias de Silva e Pessoa (2015), para apresentar os objetivos dessa metodologia de ensino. Assim como os pesquisadores anteriores, Couto (2019) também se apoia em Polya (1978), para apresentar essa área de estudos, e se apropria dos conceitos de Allevato (2005), Huamán (2006) e Onuchic (2008), mostrando pesquisas sobre a resolução de problemas como uma possibilidade para o ensino de matemática.

Pires (2019) não trouxe nenhum embasamento teórico acerca da resolução de problemas, mas abordou a importância de trabalhar com essa metodologia no contexto educacional e citou Dante (1998), para comentar a dificuldade de expor essa temática em sala de aula. Por fim, Taveira (2019) se baseou nos pensamentos de Polya (2006; 1997) e Rech

²⁷ Entendemos exercícios como “[...] uma questão para cuja resolução o aluno dispõe já de um método de solução apropriado” (PONTE, 2014, p. 17).

²⁸ Compreendemos atividades como “[...] uma ou mais tarefas realizadas no quadro de uma certa situação” (PONTE, 2014, p. 16-17). Para auxiliar num melhor entendimento sobre essa afirmativa, nos apoiamos novamente em Ponte (2014) quando diz que “[...] as tarefas são ferramentas de mediação fundamentais no ensino e na aprendizagem da Matemática. Uma *tarefa* pode ter ou não potencialidades em termos de conceitos e processos matemáticos que pode ajudar a mobilizar” (PONTE, 2014, p. 16).

(2019), ao dialogar sobre a resolução de problemas e a utilização de problemas de otimização como motivadora para o trabalho com a análise combinatória no ensino médio.

Ao observarmos os embasamentos teóricos utilizados, notamos a predominância de Polya (2006), para apresentar e conceituar a resolução de problemas. Essa presença deve-se ao fato de o pesquisador ter sido o primeiro a investigar essa temática e, por isso, ter-se tornado referência mundial para os estudos na área. Destacamos, ainda, a presença de Onuchic (2008) entre os autores citados que versam sobre essa temática como metodologia de ensino. Essa pesquisadora é uma das pioneiras no Brasil a investigar e trabalhar a resolução de problemas com essa visão.

Sobre as tecnologias digitais

Conforme apresentamos na seção intitulada questões e motivações dos pesquisadores, encontramos quatro autores (IMPÉRIO, 2017; AGUIAR, 2019; COUTO, 2019; PIRES, 2019) que indicaram diretamente o uso de recursos tecnológicos como instrumentos didáticos. Todavia, interessamo-nos em saber se Lós (2019), Pereira (2018), Pantoja (2019), Santos (2019) e Taveira (2019) também empregaram as tecnologias digitais em suas produções, uma vez que eles afirmaram utilizar metodologias alternativas no ensino de combinatória. Apresentamos, no Quadro 06, as tecnologias digitais presentes nas produções analisadas.

Quadro 06 – As tecnologias digitais presentes nas produções analisadas

Autor/ano	Recursos utilizados
Império (2017)	GeoGebra
Pereira (2018)	-
Lós (2019)	CombEsq
Aguiar (2019)	Playmath
Couto (2019)	Lousa digital
Pantoja (2019)	GeoGebra
Pires (2019)	MatLab
Santos (2019)	GeoGebra
Taveira (2019)	-

Fonte: Elaborado pelos autores, 2020.

À medida que íamos estudando as produções em mais profundidade, notávamos que sete utilizaram algum recurso tecnológico. Império (2017)²⁹ utilizou o *software* educacional GeoGebra como um instrumento para a resolução de problemas de contagem. O autor empregou

²⁹ O autor também utiliza Data Show. Contudo, sua função era destinada à projeção das figuras geométricas elaboradas no GeoGebra.

conceitos de geometria para elaborar atividades combinatórias³⁰ e usou o aplicativo para construir os objetos geométricos. Lós (2019) elaborou um objeto de aprendizagem chamado CombEsq (Combinatória Esquemática). Esse recurso encontrava-se³¹ presente em uma página de *internet* que poderia ser acessada através de navegadores de pesquisa. O *software* possuía situações-problema³² que foram trabalhadas com professores de matemática, para que avaliassem a eficiência de seu programa.

Aguiar (2019) criou um aplicativo para celulares com sistema operacional *Android*, chamado Playmath. Nele, poderiam ser encontradas as situações-problema³³ elaboradas, que serviriam como auxílio a professores e alunos para o ensino e a aprendizagem de combinatória. Couto (2019) utilizou uma lousa digital como um suporte interativo à resolução de problemas combinatórios. A autora usou as funcionalidades de projeção de imagens em conjunto com as interações diretas nas projeções, viabilizadas pelo dispositivo para representar as dez situações apresentadas³⁴ para alunos da terceira série do ensino médio³⁵ e facilitar a resolução delas. Pantoja (2019) também utilizou o GeoGebra. Assim como Império (2017), o pesquisador usou conceitos de geometria para elaborar dois projetos envolvendo problemas combinatórios: encontrar o número de diagonais dos polígonos regulares mais conhecidos; e contar quantos cubos diferentes podem ser formados escrevendo os números de 1 a 6 em suas faces. O autor fez uso do *software* para construir as situações projetadas e também apresentou orientações para a resolução delas por meio de cálculos de análise combinatória.

³⁰ Exemplo de atividade: “Pedrinho está brincando de fazer arranjos com palitos. Ele dispõe seus palitos formando triângulos equiláteros, como mostra a figura abaixo:

Pedrinho quer pintar cada palito de seu arranjo de tal forma que cada triângulo tenha seus lados pintados de exatamente duas cores diferentes. Para isso, ele dispõe de tintas na cor vermelha, azul e amarela. De quantos modos ele pode pintar o arranjo?” (IMPÉRIO, 2017, p. 32).

³¹ O CombEsq encontra-se disponível em: <https://combesq.blogspot.com/>

³² Exemplo de situação-problema: “um restaurante oferece no cardápio 2 saladas distintas, 4 tipos de carne, 5 variedades de bebida e 3 sobremesas diferentes. Uma pessoa deseja comer uma salada, uma carne, carne, uma bebida e uma sobremesa. De quantas maneiras ela pode fazer o pedido?” (LÓS, 2019, p. 57).

³³ Exemplo de situação-problema: “um homem possui 10 ternos, 12 camisas e 5 pares de sapatos. De quantas formas poderá ele vestir um terno, uma camisa e um par de sapatos?

- a) Possui 600 modos distintos de se vestir
- b) Possui 60 modos distintos de se vestir
- c) Possui 6000 modos distintos de se vestir
- d) Possui 120 modos distintos de se vestir
- e) Possui 1200 modos distintos de se vestir” (AGUIAR, 2019, p. 41).

³⁴ As situações encontram-se desde a página 69 até a 104. Nessas páginas, podem ser vistos os enunciados originais, as adaptações realizadas pela autora, bem como suas resoluções com o auxílio da lousa digital.

³⁵ Ressaltamos que essas novas situações-problema não foram aplicadas aos alunos, conforme afirma a autora, na conclusão de sua produção.

Pires (2019) empregou o programa MatLab³⁶ para obter soluções computacionais ótimas³⁷ no intuito de descobrir quantos caminhos e qual o melhor deles para transportar os alunos da escola em que fez sua pesquisa até a casa deles e vice-versa. Santos (2019) lançou mão do GeoGebra para aplicar sequências didáticas baseadas em jogos de análise combinatória e, a partir deles, o pesquisador trabalhou questionamentos³⁸ para desenvolver o raciocínio combinatório dos estudantes. Por fim, Pereira (2018)³⁹ e Taveira (2019)⁴⁰ não utilizaram nenhum *software* em sua pesquisa.

Com base nesses dados, inferimos que os recursos tecnológicos aparecem como suporte ao ensino e a aprendizagem de análise combinatória em todas as produções. Eles são empregados desde projeções, conforme apresentou Pereira (2018), até a construção de *softwares*, apresentada por Lós (2019) e Aguiar (2019). Destacamos ainda a presença do GeoGebra nas obras de Império (2017), Pantoja (2019) e Santos (2019), que pode ser justificada por sua disponibilidade gratuita, bem como sua compatibilidade com computadores e celulares. Temos também destaque para o Excel, aparecendo nas produções de Pires (2019) e Taveira (2019), por estar talvez presente na maioria dos computadores com sistema operacional *Windows* e vir, de fábrica, nesses dispositivos.

Desse modo, ao voltarmos nossa atenção para a segunda questão de investigação – *Quais contribuições uma revisão sistemática dessas dissertações pode oferecer à pesquisa sobre essa temática no Brasil e às práticas de sala de aula?* –, notamos alguns aspectos: (i) as três visões sobre a análise combinatória (o conhecimento de métodos e técnicas que permitem contar elementos de um conjunto, o estudo das estruturas e relações discretas e o olhar voltado para sua aplicabilidade e possibilidade de desenvolvimento crítico e argumentativo por parte do aluno); (ii) o foco nos conceitos matemáticos abordados no ensino médio e a predominância de embasamento teórico sobre o conceito de combinatória pautado em Morgado, Carvalho, Carvalho e Fernandez (2006; 2004; 1991); (iii) duas visões sobre resolução de problemas, sendo uma como metodologia de ensino e a outra como a busca de soluções para os problemas

³⁶ A pesquisadora também utilizou o Excel. Seu uso destinou-se a um recurso à execução de cálculos.

³⁷ Entendemos situação ótima ou otimização como “[...] uma opção que seja mais eficiente, procurando um caminho que leve com mais eficiência a iteração entre o problema e sua solução” (PIRES, 2019, p. 41).

³⁸ Exemplo de questionamento: “2) se a pessoa que está com a camisa rosa quer sentar na primeira poltrona e a de camisa azul quer sentar última poltrona, então de quantas maneiras distintas é possível sentar estas quatro pessoas nestas poltronas?” (SANTOS, 2019, p. 25).

³⁹ O pesquisador fez uso do Data Show para projetar os exercícios utilizados em sua pesquisa.

⁴⁰ Contudo, assim como Pires (2019), o autor utilizou o Excel como recurso para auxílio à execução nos cálculos das resoluções dos problemas de otimização combinatória. O pesquisador forneceu planilhas para serem preenchidas pelos alunos, de modo a encontrar as possíveis respostas para as atividades trabalhadas.

apresentados; e (iv) a presença das tecnologias digitais como suporte ao ensino e à aprendizagem de análise combinatória no ensino médio.

Concordamos com Zanon (2019) quando, em seus estudos, relatou “[...] a complexidade do trabalho com a combinatória em sala de aula” (p. 36) e também quando afirmou que sua pesquisa assinalou “[...] a fragilidade de professores em relação ao seu ensino [de combinatória] e dificuldades de alunos quanto à aprendizagem” (ZANON, 2019, p. 36). Suas falas vêm de encontro às constatações apresentadas nessa análise, na medida em que encontramos visões diferentes sobre análise combinatória e resolução de problemas, mostrando-nos a delicada situação de professores e alunos ao abordarem essas temáticas em sala de aula.

Assim, essas informações mostram-nos a necessidade de um estudo mais aprofundado por professores atuantes e em formação sobre a combinatória, a resolução de problemas como metodologia de ensino, bem como a possibilidade de uso dos recursos digitais como suporte para a construção do conhecimento em análise combinatória.

Aspectos metodológicos das pesquisas

Nesta parte, mostramos o tipo de pesquisa/estudo desenvolvido e se os autores apresentaram algum embasamento teórico para tal. Buscamos identificar se as produções exibiam caráter qualitativo ou quantitativo e se possuíam suporte conceitual ou alguma justificativa para a escolha feita. Para tanto, apresentamos, no Quadro 07, os autores, o ano de publicação e o tipo de pesquisa desenvolvida.

Quadro 07 – Tipo de pesquisa desenvolvida

Autor/ano	Tipo de pesquisa
Império (2017)	Não informa
Pereira (2018)	Não informa
Lós (2019)	Qualitativa
Aguiar (2019)	Não informa
Couto (2019)	Não informa
Pantoja (2019)	Não informa
Pires (2019)	Qualitativa
Santos (2019)	Não informa
Taveira (2019)	Não informa

Fonte: Elaborado pelos autores, 2020.

Ao observarmos o quadro apresentado, constatamos que apenas dois pesquisadores (LÓS, 2019; PIRES, 2019) informaram diretamente o tipo de pesquisa desenvolvida. Ambos realizaram investigações qualitativas. Lós (2019), além de deixar clara sua linha de

averiguação, trouxe D’Ambrósio e D’Ambrósio (2006)⁴¹ para embasar e justificar sua escolha. Além disso, ele realizou leituras em que analisou os principais recursos técnicos e pedagógicos que um objeto de aprendizagem deveria possuir, bem como aplicou questionários e entrevistas semiestruturadas para conhecer seu público avaliador e saber a opinião dos envolvidos sobre o CombEsq. Pires (2019) não traz nenhum suporte teórico para defender sua linha de investigação. Contudo, ao estudarmos sua produção, notamos que foi realizada uma revisão bibliográfica qualitativa, para entender como eram tratados a otimização, a modelagem matemática, a análise combinatória, a interdisciplinaridade e os algoritmos no contexto de transporte escolar. Além disso, a autora estudou um grupo de alunos e as respectivas regiões de moradia, para encontrar a melhor rota para o transporte escolar.

Ainda voltados para o Quadro 07, observamos que sete investigadores não informam diretamente sua metodologia de pesquisa: Império (2017); Pereira (2018); Aguiar (2019); Couto (2019); Pantoja (2019); Santos (2019); e Taveira (2019). Todavia, com base em nossos estudos das produções desses autores, atentamos ao fato de que apenas Aguiar (2019) demonstrou um caráter quantitativo em sua pesquisa, enquanto os outros apresentaram caráter qualitativo, principalmente em seus métodos de coleta e análise de dados. Império (2017) lançou mão de uma pesquisa de opinião realizada com alguns professores, através de meio eletrônico, sobre o uso de *softwares* no ensino de combinatória. Além disso, o autor trabalhou esse conteúdo com e sem o uso do GeoGebra e comparou os desempenhos dos sujeitos da pesquisa para verificar as possíveis contribuições do aplicativo na aprendizagem.

Pereira (2018) trabalhou algumas questões sobre combinatória e, por meio da semiótica de Peirce⁴², analisou a resolução delas e a capacidade de interpretação dos alunos, visando saber se eles conseguiam diferenciar os agrupamentos combinatórios. Além disso, o autor almejou, em sua análise, entender as dificuldades e os erros dos alunos, para buscar melhorar a capacidade dos educadores. Couto (2019) aplicou alguns problemas e analisou a resolução dos alunos. Ao perceber a superioridade do número de erros, trabalhou o conteúdo de combinatória empregando todas as definições e exemplificações. Após esse período, aplicou as mesmas

⁴¹ Beatriz Silva D’Ambrósio e Ubiratan D’Ambrósio, respectivamente. Pai e filha escreveram, em conjunto, o texto “Formação de professores de matemática: professor-pesquisador”.

⁴² Pereira (2018) diz que “na Semiótica Peirceana existem duas frentes de construção teórica, uma se ocupa da sistematização e classificação dos diferentes signos possíveis, já a outra se ocupa do seu funcionamento e o papel que os signos desempenham na cognição humana” (p. 54). Ainda nessa linha de pensamento, “[...] entende-se que signo é algo que representa outro algo-seu objeto. Esta definição de signo é considerada ampla, podendo ser uma ação ou reação verbalizada” (PEREIRA, 2018, p. 54). Por fim, Pereira (2018) salientou que essa semiótica segue três categorias fenomenológicas: primeiridade, entendida como o contato visual do aluno com o problema; secundidade, referida à sensação do aluno com o contato inicial (medo, ansiedade, alívio, entre outras); e terceiridade, no tocante à construção matemática, à compreensão do resultado e sua associação com a realidade.

questões iniciais e notou um certo equilíbrio entre erros e acertos. Por fim, remodelou as atividades propostas, para torná-las mais próximas do cotidiano do aluno, para que eles se apropriassem dos conceitos e conseguissem relacionar a teoria com a realidade.

Pantoja (2019) propôs projetos de atividades que poderiam ser trabalhados com os sujeitos. Para justificar a abrangência de sua proposta, adotou a abordagem documental, ou seja, estudou o trabalho dos professores com base em suas relações com os recursos pedagógicos e tecnológicos, fazendo uma associação entre teoria e prática, para auxiliar no desenvolvimento dos envolvidos. Santos (2019) utilizou as duas primeiras fases da Engenharia Didática: análise preliminar, na qual levantou e averiguou informações sobre como a combinatória era abordada, a percepção dos estudantes acerca do conteúdo, o desempenho deles nas provas do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e os métodos alternativos para introduzir o conteúdo de análise combinatória; e concepção e análise a priori, em que o autor elaborou sua sequência didática e estudou os possíveis impactos de sua proposta em uma provável aplicação.

Por fim, Taveira (2019) analisou as resoluções dos problemas de otimização combinatória dos sujeitos de sua pesquisa, bem como suas respostas em questionários de opinião sobre as aulas presenciadas. Em contrapartida, Aguiar (2019) realizou uma análise de produções existentes relacionadas ao tema de sua pesquisa. Posteriormente aplicou questionários destinados ao levantamento de dados para a construção do perfil dos estudantes participantes e saber a opinião deles sobre o uso do aplicativo em sala de aula. Para a formulação do questionário de avaliação, o pesquisador utilizou a Metodologia para Avaliação da Qualidade de um *Software* Educacional Infantil (MAQSEI) em conjunto com a escala de Likert. Assim, mesmo seus questionários possuindo um pequeno espaço para que os participantes dessem sugestões e/ou críticas, entendemos que a metodologia empregada assumiu um caráter quantitativo, pois a expressão de opinião por parte dos participantes estava, de certa forma, limitada pela escala utilizada.

Desse modo, ao focarmos a segunda questão de nossa investigação, constatamos que uma revisão sistemática dessas dissertações nos mostra que os pesquisadores se preocuparam com a forma com que a combinatória é abordada, buscaram entender os erros e as compreensões de alunos e professores, se propuseram a trabalhar métodos de ensino não tradicionais e avaliaram se eles surtiram bons resultados. Assim, sempre devemos apreender como a combinatória foi e está sendo trabalhada, para que melhoremos nossa prática, visando a uma aprendizagem significativa para os alunos (BRASIL, 2018).

O tipo de produto que cada pesquisador(a) propôs

Nesta última seção de análise de dados, buscamos identificar, com base em Zanon (2019), os tipos de produtos elaborados pelos autores em suas produções. Para tanto, apresentamos, no Quadro 08, uma classificação quanto aos tipos e características de dissertações de mestrado profissional, caso do PROFMAT, elaborada pela autora.

Quadro 08 – Tipos e características das produções

TIPOS	CARACTERÍSTICAS
Práticas	Apresentaram roteiros, planos, sequências, jogos e/ou módulos de ensino com situações-problema de combinatória que foram testados em ambiente real de ensino. Esses trabalhos não realizaram uma abordagem teórica do assunto.
Teóricas e práticas com testagem de sequências ou roteiros de ensino-aprendizagem	Discutiram teórica e formalmente os tópicos de combinatória e propuseram roteiros, planos, sequências, jogos e/ou módulos de ensino compostos de problemas testados em ambiente real de ensino. Em algumas pesquisas, a combinatória, além de ser tratada de maneira teórica e formal, apareceu associada principalmente à teoria dos grafos.
Teóricas e práticas sem testagem de sequências ou roteiros de ensino-aprendizagem	Similarmente à anterior, as produções trouxeram uma discussão teórica e formal da combinatória e seguiram com roteiros, planos, sequências, jogos e/ou módulos de ensino. Entretanto, os problemas propostos não foram experimentados em sala de aula. Em alguns desses estudos, a combinatória apareceu relacionada a outros conteúdos de matemática do sexto ano e a problemas geométricos e aritméticos. Embora os problemas não tenham sido testados, os autores sugerem que professores de matemática os utilizem em aulas de combinatória.
Teóricas	Abordaram conceitos de combinatória de modo formal. Em algumas produções, a combinatória apareceu associada a outro conteúdo matemático a partir da resolução instrumental de problemas.

Fonte: Retirado de Zanon (2019, p. 37).

Ao estudarmos as produções encontradas no PROFMAT, observando a classificação destacada por Zanon (2019), constatamos que Império (2017), Pereira (2018), Lós (2019), Aguiar (2019) e Taveira (2019) apresentaram investigações teóricas e práticas com testagem de sequências ou roteiros de ensino-aprendizagem. Salientamos, ainda, que quatro pesquisadores (COUTO, 2019; PANTOJA, 2019; PIRES, 2019; SANTOS, 2019) realizaram estudos teóricos e práticos sem a testagem de sequências ou roteiros de ensino-aprendizagem. A seguir, mostramos os produtos elaborados seguindo a classificação que indicamos acima.

Império (2017) apresentou uma base teórica de combinatória (ver seção sobre a definição de combinatória), mediante a qual elaborou uma sequência didática com cinco problemas de contagem e com orientações para a construção deles no GeoGebra. Tal sequência foi aplicada com os estudantes sujeitos de sua pesquisa. Vale destacar que alguns dos problemas trabalhados por Império (2017) apresentavam também conceitos geométricos. Pereira (2018),

conforme mostramos nas análises anteriores, trouxe um aporte teórico sobre tópicos combinatórios, com base nos quais elaborou uma lista com oito exercícios que foram aplicados aos alunos indicados pelo autor. Destacamos que as atividades desse pesquisador também se preocupavam com a qualidade da leitura e da interpretação que os estudantes apresentariam.

Lós (2019) explorou suportes teóricos combinatórios (ver seção sobre a definição de combinatória) e, partindo deles, elaborou um objeto de aprendizagem chamado CombEsq, localizado em uma página da *web*. Esse aplicativo apresentava atividades baseadas na metodologia de resolução de problemas para o ensino e aprendizagem de combinatória. O autor o trabalhou com alguns docentes que tinham experiência em combinatória e com o uso de recursos tecnológicos em sala de aula, para que avaliassem a aplicabilidade e funcionalidade do CombEsq.

Aguiar (2019), assim como os pesquisadores anteriores, apresentou uma abordagem teórica em combinatória e elaborou um aplicativo para celulares chamado Playmath. Assim como o CombEsq, o programa criado pelo investigador pautava-se em atividades baseadas na metodologia de resolução de problemas para o ensino e aprendizagem de combinatória. O autor utilizou seu programa com um grupo de alunos, para que eles avaliassem o produto. Para finalizarmos os pesquisadores desse primeiro grupo de classificação, trazemos Taveira (2019), que também apresentou um suporte teórico, a partir do qual elaborou quatro planos de aula que envolviam problemas de otimização combinatória e os aplicou a alunos de uma turma com foco em treinamento para olimpíadas. Na sequência, versamos sobre o segundo grupo de classificação, denominado por Zanon (2019) “estudos teóricos e práticos sem testagem de sequências ou roteiros de ensino-aprendizagem”.

Couto (2019) indicou um suporte teórico sobre combinatória (ver seção sobre a definição de combinatória) e, a partir de uma tentativa inicial de trabalhar situações-problema sobre o conteúdo, notou que não obteve um resultado satisfatório. Depois disso, elaborou uma sequência didática com dez problemas de combinatória, que foram adaptados ao contexto social de seus alunos, e os resolveu, de forma teórica, com o auxílio da lousa digital, a qual serviu de suporte às construções visuais das soluções. Ressaltamos que a autora não aplicou as questões reformuladas, apenas apresentou suas possíveis resoluções utilizando esse recurso digital. Contudo, ela demonstrou o desejo de usar as atividades formuladas em trabalhos futuros, bem como indicou que os professores poderiam utilizar sua produção em sala de aula.

Pantoja (2019) também apresentou aporte teórico combinatório e, com auxílio deste, elaborou dois projetos para a aplicação em sala de aula, com o suporte do GeoGebra. Notamos

que suas atividades relacionam combinatória com geometria plana e espacial. Além desse produto inicial, o pesquisador apresentou uma listagem de 12 situações-problema de combinatória aliadas à teoria de conjuntos e à indução matemática. Pantoja (2019) expressou uma expectativa de que sua proposta seja trabalhada, em sala de aula, por seus colegas de profissão. Pires (2019), assim como os autores já mencionados, mostrou um suporte teórico de análise combinatória e realizou uma investigação de campo em uma escola rural, na qual averiguou a rota realizada pelo transporte escolar de um determinado grupo de alunos.

A pesquisadora decidiu utilizar-se de recursos interdisciplinares e tecnológicos para encontrar a rota ótima de transporte, tanto para o custo financeiro quanto para o condicionamento dos estudantes. Assim, ela utilizou o algoritmo da colônia de formigas⁴³ para descobrir a melhor opção para realizar o deslocamento escolar. Destacamos que a investigadora indicou e orientou a utilização de seu projeto na educação básica, por ele trabalhar a interdisciplinaridade. Salientamos ainda algumas relações da pesquisa com a teoria de grafos e com a geometria, conforme mencionou a autora no decorrer do texto.

Por fim, Santos (2019) abordou a análise combinatória em conjunto com sua sequência didática, que tinha a intenção de ser uma ferramenta para a introdução do conteúdo. Seu produto consistiu na elaboração de cinco jogos no *software* GeoGebra, que trabalhariam os conceitos de arranjo simples e com repetição, permutação simples e circular e combinação simples. Destacamos que um dos jogos dialogou com conceitos geométricos (polígonos) e o pesquisador indicou o uso de sua sequência didática em sala de aula.

Com base em todas as informações mencionadas nesta seção, e ao voltarmos nosso olhar para a segunda questão de investigação – *Quais contribuições uma revisão sistemática dessas dissertações pode oferecer à pesquisa sobre essa temática no Brasil e às práticas de sala de aula?* –, averiguamos que houve uma predominância na elaboração de sequências didáticas e um equilíbrio no quantitativo de projetos trabalhados no ambiente escolar com os que sugerem sua utilização nele. Além disso, notamos produções completas e de qualidade, as quais podem ser incorporadas em sala de aula, uma vez que apresentam um roteiro de execução em conjunto com orientações e possíveis situações que possam ocorrer no contexto escolar.

⁴³ Conforme diz Pires (2019), “matematicamente, este algoritmo é fundamentado na distribuição de m formigas em n cidades e em permitir que cada uma destas formigas percorra um caminho fechado passando apenas uma vez por cada uma destas n cidades” (DORIGO; GAMBARDELLA, 1997 citado por PIRES, 2019).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nosso objetivo com esta pesquisa foi apresentar uma série de análises decorrentes de uma revisão bibliográfica sistemática de dissertações do PROFMAT que tratam a resolução de problemas de análise combinatória mediada pelas tecnologias digitais, no período de 2016 a 2020. Para atingirmos essa meta, propusemo-nos a buscar respostas para dois questionamentos, a saber: (i) *Como as dissertações do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) de 2016 a 2020 tratam, na educação básica, a resolução de problemas de análise combinatória mediada pelas tecnologias digitais?*; (ii) *Quais contribuições uma revisão sistemática dessas dissertações pode oferecer à pesquisa sobre essa temática no Brasil e às práticas de sala de aula?*

Na busca de uma possível solução para essas indagações, mapeamos o banco de dissertações do programa de mestrado citado e encontramos nove produções dentro de nosso parâmetro de pesquisa. Elas serviram de alicerce para uma série de análises e conclusões preliminares no decorrer do texto. Voltando o foco para a primeira questão de investigação, constatamos que quatro autores (IMPÉRIO, 2017; PANTOJA, 2019; SANTOS, 2019; PEREIRA, 2018) entenderam e trabalharam a resolução de problemas como o ato de resolver exercícios. Além disso, notamos a predominância do GeoGebra⁴⁴ como recurso tecnológico nas produções dos três primeiros. Este serviu de suporte para a aplicação de suas sequências didáticas, lista de atividades e projetos, conforme mencionamos na seção intitulada o tipo de produto proposto por cada investigador(a).

Os outros cinco pesquisadores (LÓS, 2019; AGUIAR, 2019; COUTO, 2019; PIRES, 2019; TAVEIRA, 2019) entenderam a resolução de problemas como uma metodologia de ensino e aprendizagem. Mediante esse fato, observamos a criação de dois programas educacionais (CombEsq e Playmath), o uso da lousa digital e a forte presença do Excel⁴⁵, ambos os recursos utilizados pelos autores, respectivamente, em suas atividades, tanto teóricas quanto práticas. Todas essas visões e recursos apresentados pelos nove pesquisadores são esclarecedores, ao mostrarem diferentes intenções e maneiras de abordar o conteúdo de análise combinatória na educação básica.

Agora vamos trazer uma possível resposta para a segunda questão de nossa investigação. Apresentamos, no corpo do texto, algumas contribuições que uma revisão sistemática pode oferecer a essa temática no Brasil e às práticas de sala de aula. De modo geral,

⁴⁴ Além do GeoGebra, destacamos a presença do Data Show, com a finalidade de projeção das figuras geométricas elaboradas no *software* citado e das listas de atividades.

⁴⁵ Utilizado como recurso para a execução de cálculos.

constatamos que a resolução de problemas de análise combinatória na educação básica mediada pelas tecnologias digitais tem sido pouco abordada e trabalhada no PROFMAT. Alguns docentes confundem as ideias e conceitos de exercícios e atividades com a resolução de problemas e, desse modo, trabalham essa temática como uma solução mecanizada e sistemática de questionamentos matemáticos. Além disso, pouco se nota a presença das tecnologias e recursos digitais na prática dos professores e, quando aparecem, são suportes para facilitar e auxiliar a compreensão do conteúdo ou como uma forma de reproduzir a lista de problemas a serem resolvidos ao final do conteúdo trabalhado.

Também notamos a preocupação de todos os pesquisadores com as práticas de sala de aula, na medida em que as nove produções analisadas apresentaram um produto destinado ao uso no ambiente escolar, para introduzir ou complementar o ensino de análise combinatória, tais como: sequências didáticas, listas de problemas, projetos, jogos e *softwares*. Assim, com todas as informações obtidas, podemos afirmar que é escasso o emprego de resolução de problemas de análise combinatória na educação básica mediada pelas tecnologias digitais. Essa constatação mostra que, apesar de os dois temas serem importantes para o desenvolvimento do pensamento lógico, crítico e tecnológico dos alunos, bem como da integração deles na sociedade, conforme indicam BNCC (BRASIL, 2018), PCN (1998), Onuchic (1999), Santos-Wagner (2008), Gravina e Santarosa (1998) e Allevato (2005), nota-se sua pouca incorporação e utilização na prática.

Diante disso, sabendo que é necessário maior tempo de planejamento, defendemos a conexão dessas temáticas para o ensino de análise combinatória, uma vez que esse conteúdo e a resolução de problemas e as tecnologias digitais favorecem o desenvolvimento do pensamento lógico e crítico dos estudantes. Além disso, como vimos em Lós (2019), Aguiar (2019), Couto (2019), Pires (2019) e Taveira (2019), a junção dessas três temáticas é (nas pesquisas aplicadas no ambiente escolar) e pode ser (nas produções em que seus autores demonstraram desejo em utilizar, ou que seu produto fosse empregado) considerada uma metodologia que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e combinatório do aluno, como também uma inserção deste no meio social.

REFERÊNCIAS

AGUIAR, Igor Pereira. **O uso de técnicas de gamificação como auxílio a resolução de problemas no campo da análise combinatória**. 2019. 79 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal de Roraima, Boa Vista, 2019.

ALLEVATO, Norma Suely Gomes. **Associando computador a resolução de problemas fechados**: análise de uma experiência. Rio Claro, 2005. 370 f. Tese (Doutorado em Educação) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2005.

BIEMBENGUT, Maria Salett. Mapeamento como princípio metodológico para a pesquisa educacional. *In*: MACHADO, Nílson José; CUNHA, Marisa O. (org.). **Linguagem, conhecimento, ação**: ensaios de epistemologia e didática. 2. ed. São Paulo: Escrituras Editora, 2007. cap. 18, p. 289-294. (Coleção ensaios transversais, volume 23)

BOTELHO, Louise Lira Roedel; CUNHA, Cristiano Castro de Almeida.; MACEDO, Marcelo. O método da revisão integrativa nos estudos organizacionais. **Gestão e Sociedade**, Belo Horizonte, v. 5, n. 11, p. 121-136, maio/ago. 2011.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, MEC/SEB, 2018. Disponível em:
http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 19 ago. 2020.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

COUTO, Monique Andrade da Conceição. **Resolução de problemas de análise combinatória e aplicação na lousa digital**. 2019. 128 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, São Gonçalo, 2019.

GRAVINA, Maria Alice; SANTAROSA, Lucila Maria A aprendizagem da matemática em ambientes informatizados. *In*: IV Congresso RIBIE, 1998, Brasília. **Anais do IV Congresso RIBIE**. Brasília: UFRGS, 1998. p. 1-23. Disponível em:
http://www.ufrgs.br/niee/eventos/RIBIE/1998/pdf/com_pos_dem/117.pdf. Acesso em: 19 ago. 2020.

IMPÉRIO, Pablo Silva. **A utilização do GeoGebra na resolução de problemas de análise combinatória**. 2017. 51 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal do Maranhão, São Luís, 2017.

LÓS, Dayvid Evandro da Silva. **CombEsp**: uma proposta de objeto de aprendizagem para o ensino e aprendizagem de análise combinatória. 2019. 120 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2019.

MORGADO, Augusto César de Oliveira *et al.* **Análise combinatória e probabilidade**. 9. ed. Rio de Janeiro: SBM, 1991.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. *In*: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. (org.). **Pesquisa em educação matemática**: concepções e perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999. cap. 12, p. 199-218.

PAIVA, Manoel. **Matemática**: Paiva, volume 2. 2. ed. São Paulo: Moderna, 2013.

PANTOJA, Carlos Adalto Seixas. **Um estudo de análise combinatória via teoria de conjuntos**. 2019. 71 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal do Amazonas, Manaus, 2019.

PEREIRA, Eder Rodrigo de Matos. **Sobre análise combinatória no ensino médio: uma atividade de interpretação**. 2018. 68 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2018.

PIRES, Delma Erks. **Uma proposta de interdisciplinaridade utilizando análise combinatória e o algoritmo de colônia de formigas no ensino médio**. 2019. 58 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal de Goiás, Jataí, 2019.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**. Tradução: Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1995. Título original: How to solve it.

POLYA, George. Sobre a resolução de problemas de matemática na high school. *In*: KRULIK, Stephen; REYS, Robert E. (org.). **A resolução de problemas na matemática escolar**. 6. ed. São Paulo: Editora Atual, 1997. cap. 1, p. 1-3.

PONTE, João Pedro da. Tarefas no ensino e na aprendizagem de matemática. *In*: PONTE, João Pedro da. (org.). **Práticas profissionais dos professores de matemática**. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014. cap. 1, p. 13-27. Disponível em: <http://www.ie.ulisboa.pt/publicacoes/ebooks/praticas-profissionais-dos-professores-de-matematica>. Acesso em: 17 mar. 2021.

ROMANOWSKI, Joana Paulin; ENS, Romilda Teodora. As pesquisas denominadas do tipo “estado da arte” em educação. **Diálogo Educacional**, Curitiba, v. 6, n. 19, p. 37-50, set./dez. 2006.

SANTOS, Paulo Roberto dos. **Introduzindo temas da análise combinatória por meio de sequência didática**. 2019. 54 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal dos Vales Jequitinhonha e Mucuri, Teófilo Otoni, 2019.

SANTOS, Vânia Maria Pereira dos. **Avaliação de aprendizagem e raciocínio em matemática: métodos alternativos**. Rio de Janeiro: Projeto Fundação, 1997.

SANTOS-WAGNER, Vânia Maria. Resolução de problemas em matemática: uma abordagem no processo educativo. **Boletim GEPEM**, Seropédica, n. 53, p. 43-74, jul./dez. 2008.

SOUZA, Joamir Roberto de. **Novo olhar matemática**. 1. ed. São Paulo: FTD, 2010. (Coleção novo olhar, volume 2).

TAVEIRA, Roberto Campos Lima. **Ensino de matemática por meio de problemas clássicos de otimização combinatória**. 2019. 62 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Uberaba, 2019.

TEIXEIRA, Adriano Canabarro; BRANDÃO, Edemilson Jorge Ramos. Software educacional: o difícil começo. **RENOTE**, Porto Alegre, v. 1, n. 1, p. 1-7, fev. 2003.

ZANON, Thiarla Xavier Dal-Cin. **Imagens conceituais de combinatória no ensino superior de matemática**. Vitória, 2019. 332 f. Tese (Doutorado em Educação) – Centro de Educação, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2019.