INTERPRETAÇÃO DE ENUNCIADOS DE PROBLEMAS QUE ENVOLVEM O CÁLCULO DE VOLUME[1]

INTERPRETATION OF PROBLEM ADVERTISERS INVOLVING VOLUME CALCULATION

Laís Scorziello Feitosa da Silva[2]
Thiarla Xavier Dal-Cin Zanon[3]
Rônei Sandro Vieira[4]

RESUMO: Esta pesquisa qualitativa (LÜDKE; ANDRÉ, 1986) do tipo estudo de caso (LÜDKE; ANDRÉ, 1986; SEVERINO, 2016; FIORENTINI; LORENZATO, 2012) está inserida no campo da educação matemática. Seu objetivo foi identificar dificuldades apresentadas por estudantes da terceira série do ensino médio quando interpretam enunciados complexos de problemas que envolvem volume de sólidos. Focalizou-se então em problemas desse tipo evidenciados no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) dos anos 2016 e 2017. Nesse contexto, são analisadas as potencialidades da resolução de problemas para minimizar tais dificuldades. Por isso, a pesquisa foi desenvolvida com 61 alunos de terceira série do ensino médio de uma escola estadual de Itapemirim/ES. Assim sendo, selecionou-se problemas que envolviam o cálculo de volume, pois estes se constituíram no principal instrumento de pesquisa a partir dos quais os dados foram coletados e analisados à luz do referencial teórico (LIMA, 1991; SUYDAM, 1997; MORAIS; ONUCHIC, 2014; ZANON, 2019). Os resultados apontaram que a resolução de problemas auxilia na identificação de atributos relevantes em enunciados, incluindo a questão problema; validação de soluções obtidas; compreensão de conceitos matemáticos; interpretação de enunciados complexos; e, na interação ativa e reflexiva entre professor e aluno durante o processo de produção do conhecimento. Por isso, conclui-se que tal metodologia colabora com o trabalho de professores e com a aprendizagem de estudantes.

Palavras-chave: Volume de sólidos; Resolução de problemas; Ensino médio.

---

[1] Trabalho de Conclusão Curso apresentado ao Curso de Graduação em Licenciatura em Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo - Campus Cachoeiro de Itapemirim. Aprovado em: 16 de dezembro de 2019. Membros da banca examinadora: Jorge Henrique Gualandi, Instituto Federal do Espírito Santo (IFES), http://lattes.cnpq.br/338642057236844, https://orcid.org/0000-0002-0302-7650. Humberto Silveira Gonçalves Filho, Instituto Federal do Espírito Santo (IFES), http://lattes.cnpq.br/2847593252714681, https://orcid.org/0000-0002-9262-6523.

[2] Licencianda em matemática pelo Instituto Federal do Espírito Santo (IFES), Campus Cachoeiro de Itapemirim. E-mail: laisscorziello@hotmail.com, http://lattes.cnpq.br/5572073708732204, https://orcid.org/0000-0001-6436-184X.

[3] Professora orientadora, coordenadora e professora do Curso Superior de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo (IFES), Campus Cachoeiro de Itapemirim. Doutora em Educação. E-mail: thiarlax@ifes.edu.br, http://lattes.cnpq.br/4458768372376772, https://orcid.org/0000-0001-6436-184X.

[4] Professor coorientador. Docente do Curso Superior de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo (IFES), Campus Cachoeiro de Itapemirim. Doutor em Equações Diferenciais Parciais. E-mail: ronei.vieira@ifes.edu.br, http://lattes.cnpq.br/9960688148810314, https://orcid.org/0000-0002-7120-2262.

ABSTRACT: This qualitative research (LÜDKE; ANDRÉ, 1986) of the case study type (LÜDKE; ANDRÉ, 1986; SEVERINO, 2016; FIORENTINI; LORENZATO, 2012) is inserted in the field of mathematical education. Its objective was to identify difficulties presented by students of the third grade of high school when they interpret complex statements of problems that involve volume of solids. It then focused on problems of this type evidenced in the National High School Examination (ENEM) of the years 2016 and 2017. In this context, the potential of problem solving to minimize such difficulties is analyzed. For this reason, the research was developed with 61 third grade students from a high school in a state school in Itapemirim/ES. Therefore, problems involving volume calculation were selected, as these constituted the main research instrument from which data were collected and analyzed in the light of the theoretical framework (LIMA, 1991; SUYDAM, 1997; MORAIS; ONUCHIC, 2014; ZANON, 2019). The results showed that problem solving helps to identify relevant attributes in statements, including the problem issue; validation of solutions obtained; understanding of mathematical concepts; interpretation of complex statements; and, in the active and reflective interaction between teacher and student during the knowledge production process. Therefore, it is concluded that such methodology collaborates with the work of teachers and the learning of students.

Keywords: Volume of solids; Problem solving; High school.

1 INTRODUÇÃO

Durante o estágio supervisionado II[5], desenvolvido nos anos finais do ensino fundamental, em uma escola municipal de Itapemirim/ES, percebeu-se, ao realizar as etapas de coparticipação e regência, que os vinte e nove (29) estudantes de uma das turmas de 6º ano possuíam dificuldade para interpretar problemas matemáticos. Na ocasião, desenvolveu-se junto à professora regente da turma, uma tarefa que consistia em alguns exercícios envolvendo operações com frações. Como desejado pela docente, elaborou-se a maioria dos exercícios sob o título: “resolva” ou “calcule”. Assim, o aluno só deveria calcular, sem interpretar enunciados com textos mais complexos.

Na época, a professora orientou que fossem acrescentadas, no máximo, duas questões[6] que envolvessem interpretação de enunciados mais complexos. Durante a resolução pela turma, foi perceptível a dificuldade dos estudantes em identificar nos enunciados, as informações úteis ao cálculo. Ainda foi notória a dependência dos alunos em receber auxílio da professora e da estagiária para entender o enunciado dos dois problemas. Além disso,

[5] O estágio supervisionado II compõe-se das etapas de observação, coparticipação e regência. Durante a observação, todas as turmas dos anos finais do ensino fundamental da escola, são conhecidas. As etapas de coparticipação e regência são realizadas em somente uma turma. Isto, porque elas requerem aprofundamento das atividades de docência pelo licenciando. Portanto, focalizou-se na turma de 6ºM4, cujo desenvolvimento das atividades de estágio supervisionado aconteceram em 2018/2.

[6] Uma das questões abordadas foi a seguinte: “O sr. Quintino está pintando o muro da sua casa. No primeiro dia pintou quatro décimos do muro, no dia seguinte cinco décimos. a) Que parte do muro pintou nesses dois dias? b) Que parte do muro ainda falta pintar?” (ANDRINI; VASCONCELLOS, 2012, p. 185).

observou-se a impaciência dos estudantes ao tentarem resolver os problemas, pois eles queriam ler e prontamente saber o que fazer. Tais dificuldades podem ter surgido pois, aparentemente os alunos possuíam pouca prática de questões com enunciados maiores e mais complexos e relação de dependência para com a professora na resolução de atividades. Este ocorrido incomoda devido ao fato de os alunos estarem habituados a resolver somente problemas de enunciados simples e pela falta de motivação deles acerca da importância de saber ler e interpretar um problema matemático seja de enunciado simples ou complexo.

Cenário semelhante a este foi vivenciado no estágio supervisionado III realizado em turmas de ensino médio. Segundo relatos da professora supervisora de estágio, os estudantes da terceira série encontram dificuldades em resolver problemas que envolvem noções de geometria, principalmente, espacial. O Guia do Estudante (2018) relata que de 2009 a 2017, 25,4% das questões envolviam geometria e dentre elas, algumas abordam o cálculo de volume. Ainda de acordo com o Guia, este era o assunto de matemática com o maior número de questões.

Quanto à geometria espacial, a professora supervisora a considera muito relevante, tendo em vista o aparecimento de problemas desse tipo em questões do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). Além disso, de modo geral, questões que envolvem geometria espacial são acompanhadas de enunciados mais complexos que podem dificultar a identificação de dados relevantes para a resolução de problemas. Algo que é muito próximo à realidade vivenciada, no estágio supervisionado II desenvolvido no ensino fundamental.

Desse modo, escolhe-se trabalhar problemas que envolvam a geometria espacial, mais precisamente, o cálculo de volume. Assim, esta pesquisa tem o objetivo principal de *identificar dificuldades apresentadas por estudantes da terceira série do ensino médio quando interpretam enunciados complexos de problemas que envolvem volume de sólidos*. Para alcançá-lo, apresenta-se inicialmente alguns apontamentos teóricos que embasam este estudo e fundamentam a análise de dados. Na sequência, mostra-se a metodologia sobre a qual delineou-se o estudo e discute-se os dados. Por fim, em considerações finais, evidencia-se as conclusões.

2 APONTAMENTOS TEÓRICOS

As discussões teóricas que respaldam a análise de dados foram construídas a partir dos seguintes tópicos: volume de sólidos, atributos relevantes e resolução de problemas. A seguir detalham-se cada um deles.

2.1 Volume de sólidos

Segundo o dicionário Aurélio (FERREIRA, 2006, p. 822), o conceito de volume empregado em geometria se refere à "medida do espaço ocupado por um sólido". Ao abordar a noção intuitiva de volume, Lima (1991) menciona as ideias de "medida" e "espaço" encontradas no dicionário ao afirmar que, de modo intuitivo, "o volume de um sólido é a quantidade de espaço por ele ocupada (p. 61)". Além disso, acrescenta que para encontrar o volume, o interesse está em medir esta grandeza[7], e para isso, deve-se compará-la com uma unidade. Assim, "o resultado dessa comparação será um número: a medida do volume (p. 61)".

Lima (1991) salienta que a noção intuitiva não é uma definição matemática e destaca que é essencial obter uma sistematização mais precisa. Desta forma, apresenta uma definição geral de volume, denotado por V, de um sólido S. A definição abordada por ele parte de aproximações de poliedros retangulares P e Q, sendo P os poliedros contidos em S e Q os poliedros contendo S. Isto posto, a definição geral de volume dada por Lima (1991) é: "Quaisquer que sejam os poliedros retangulares P, contido em S, e Q, contendo S, tem-se $\mathrm{vol}(P) \leq V \leq \mathrm{vol}(Q)$" (p. 70).

O autor antecede que "os números vol(P), volumes dos poliedros retangulares P contidos em S, fornecem aproximações inferiores para o volume de S" (p. 68). Além disso, complementa que "os números vol(Q), volumes dos poliedros retangulares que contêm o sólido S, são valores aproximados por excesso para o volume de S" (p. 69). Ressalta ainda, que, para se obter uma melhor aproximação do volume de S, basta acrescentar cada vez mais poliedros retangulares P, desde que continuem contidos em S, e em relação ao bloco retangular Q, quanto menor for, mais aproximado estará o volume de Q em relação ao volume de S.

2.2 Atributos relevantes e irrelevantes

O conceito de atributos relevantes e irrelevantes será adaptado ao objetivo deste estudo assim como fez Zanon (2019). Esta pesquisadora, a partir dos estudos de Hershkowitz (1994)[8], ajusta as ideias dos conceitos de atributos relevantes e irrelevantes à sua pesquisa que trata da análise combinatória. Por isso, consideramos "*atributos relevantes* como o conjunto

[7] A BNCC (BRASIL, 2018) fala sobre a relação da "grandeza", "unidade" e "número", afirmando que a "expectativa é que os alunos reconheçam que medir é comparar uma grandeza com uma unidade e expressar o resultado da comparação por meio de um número". Afirmativa essa, que vai ao encontro da ideia intuitiva abordada por Lima (1991).

[8] HERSHKOWITZ, R. Aspectos psicológicos da aprendizagem da geometria. *Boletim GEPEM*, v. 32, 1994.

de características que devem ser reconhecidas em um enunciado, a fim de que o modelo combinatório implícito – MCI ao problema seja identificado" (ZANON, 2019, p. 101). Desse modo, os atributos irrelevantes são entendidos como o conjunto de características que não são relevantes (ZANON, 2019) para o cálculo de volume no enunciado mencionado, "mas são úteis à matemática e se apresentam associadas a outros conceitos" (ZANON, 2019, p. 101). Assim sendo, essa pesquisa focalizará nos atributos relevantes (ver quadro 1) associados a geometria, atentando-se aos termos conceituais no momento da análise dos enunciados e da seleção de dados para o processo de resolução.

2.3 Resolução de problemas

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN, BRASIL, 2000) do ensino médio mencionam a necessidade de adotar métodos de aprendizagem ativos e interativos, no qual o aluno é instigado a participar e a questionar sobre os conteúdos abordados nas aulas. Desta forma, o documento recomenda a resolução de problemas[9] (RP), considerando-a como uma importante estratégia de ensino. Morais e Onuchic (2014) a definem como uma abordagem metodológica e enfatizam que a resolução de problemas não se trata apenas da prática de resolver problemas nas aulas de matemática. Mas, além disso, ela "pressupõe aulas de Matemática com professores e alunos envolvidos em comunidades de aprendizagem, desempenhando diferentes papéis e responsabilidades, visando a promover uma aprendizagem mais significativa" (p. 17).

Por outro lado, Suydam (1997) comenta sobre a dificuldade dos estudantes em resolver problemas. Segundo a autora "há um reconhecimento crescente de que os resultados em cálculos não são tão fracos como os obtidos na aplicação de cálculos e outras habilidades à resolução de problemas" (p. 49). Ou seja, a maior dificuldade dos estudantes está em resolver questões aplicadas a um contexto que envolva a resolução de problemas, e não em efetuar cálculos. Suydam (1997) ainda traz uma importante reflexão sobre este fato

> [...] queremos que as crianças aprendam a resolver problemas matemáticos: essa é uma das razões principais de a matemática estar no currículo. Cálculos, medição, geometria, álgebra e outras partes do currículo são ensinados porque têm aplicabilidade em problemas da vida real (p. 50).

Além disso, o PCN (BRASIL, 2000) cita diversas contribuições da resolução de problemas para o aluno. Vejamos:

> [...] os alunos, confrontados com situações-problema, novas mas compatíveis com os instrumentos que já possuem ou que possam adquirir no processo, aprendem a

[9] A sigla RP será usada para suprimir o termo resolução de problemas.

> desenvolver estratégia de enfrentamento, planejando etapas, estabelecendo relações, verificando regularidades, fazendo uso dos próprios erros cometidos para buscar novas alternativas; adquirem espírito de pesquisa, aprendendo a consultar, a experimentar, a organizar dados, a sistematizar resultados, a validar soluções; desenvolvem sua capacidade de raciocínio, adquirem autoconfiança e sentido de responsabilidade; e, finalmente, ampliam sua autonomia e capacidade de comunicação e de argumentação (p. 52).

Nesse fragmento do PCN (BRASIL, 2000) vê-se referência às proposições de Polya (1945; 1973) sobre a resolução de problemas. Em seu texto ele descreve quatro fases necessárias para se resolver um problema. São elas: 1) compreender o problema; 2) estabelecer um plano; 3) executar o plano e 4) examinar a solução obtida. Para o autor, cada uma delas tem sua importância. Por isso, destaca que se o aluno "pular" qualquer uma delas, deve ter consciência de sua atitude, pois "alguma coisa muito inconveniente e desastrosa pode resultar" (p. 5).

A primeira fase definida por Polya (1945; 1973) nos leva a constatar que interpretar o enunciado de um problema é extremamente importante, considerando que, sem este passo, dificilmente o resolvedor irá conseguir chegar à solução final. Para ele, "é uma tolice responder a uma pergunta que não tenha sido compreendida". No entanto, constata-se que quanto mais complexo for o enunciado, possivelmente o aluno terá mais dificuldade em compreender o problema. Por isso, analisa-se a seguir a diferença entre problemas com enunciados simples e com enunciados complexos.

Para Zanon (2019) "problemas simples são aqueles cujos enunciados são diretos, deixando evidentes os dados para a sua resolução. Esta pode ser encontrada sem muito esforço intelectual, porque envolve geralmente apenas um tipo de cálculo, usando operações elementares" (p. 143). De acordo com a pesquisadora, os problemas mais complexos exigem, geralmente, uma segunda ou terceira leitura de seu texto, pois os enunciados são mais elaborados. Assim, a identificação dos dados relevantes ou não se torna mais difícil, se comparado aos problemas mais simples. Segundo Zanon (2019) esses problemas "exigem reflexão e análise para a sua resolução, levando a busca de estratégias por mais de uma operação. Envolvem raciocínios mais complexos e costumam ser desafiadores" (p. 144).

É importante ressaltar que os enunciados de problemas matemáticos apresentam particularidades que podem ser inexistentes em textos comuns da língua portuguesa. As autoras Smole e Diniz (2001) ao afirmarem essa ideia, dizem ainda que "há uma especificidade, uma característica própria na escrita matemática que faz dela uma combinação de sinais, letras e palavras que se organizam segundo certas regras para expressar ideias (p. 70)". Sendo assim, ao pensar na primeira etapa, de interpretar o problema, mencionada por

Polya (1945; 1973), é essencial analisar o discurso das autoras, visto que elas evidenciam que a dificuldade em compreender um enunciado matemático não deve ser associada apenas à falta de fluência na leitura em língua materna, mas também, devido, justamente, às especificidades do texto matemático.

Há que se considerar ainda o "método de questionar do professor" descrito por Polya (1945; 1973). Segundo o autor, ele é importantíssimo para auxiliar os alunos a resolverem problemas. Este consiste em iniciar por indagação ou sugestão e, "se necessário, descer gradualmente para outras [questões] mais específicas e concretas até chegar à que provoque a resposta na mente do estudante" (p. 14). Desse modo, o estudante será levado à solução de forma indireta e de maneira que precise analisar as indagações do professor. Além disso, o aluno deve perceber o caminho traçado pelo professor, que pode ser utilizado em outros problemas. Para isso, Polya (1945; 1973) afirma que "as sugestões devem ser genéricas, aplicáveis não apenas ao problema presente, mas também a problemas de todos os tipos, pois só assim elas poderão desenvolver a capacidade do estudante e não somente uma técnica específica" (p. 14).

3 METODOLOGIA

Ao compreender que na pesquisa desenvolvida haveria predominância de dados descritivos; maior preocupação com o processo da investigação do que com o resultado; atenção à perspectiva dos sujeitos perante a pesquisa; e a tendência de seguir um processo indutivo na análise dos dados (LÜDKE; ANDRÉ, 1986), concluiu-se que os procedimentos metodológicos deveriam ter uma abordagem qualitativa. Ao entendê-la desse modo, concebe-se que os dados são originados pelo contato direto do pesquisador com o ambiente escolar. Nessa perspectiva, o investigador possui um trabalho direto e prolongado, obtendo como resultado um estudo intensivo no campo (LÜDKE; ANDRÉ, 1986). Por isso, segundo o processo de coleta de dados, esta investigação se insere na modalidade de pesquisa de campo.

Seguindo essa abordagem, desenvolveu-se então um estudo de caso. Pois, estudou-se "[...] um caso particular, considerado representativo de um conjunto de casos análogos" (SEVERINO, 2016, p. 128). Além disso, o caso "busca retratar a realidade de forma profunda e mais completa possível, enfatizando a interpretação ou a análise do objeto, no contexto em que ele se encontra" (FIORENTINI; LORENZATO, 2012, p. 110). Desse modo, os sujeitos dessa pesquisa são sessenta e um (61) estudantes, de duas turmas de terceira série do ensino médio regular, diurno, de uma escola estadual de Itapemirim/ES. Aqui, eles serão identificados por letras maiúsculas do alfabeto escolhidas aleatoriamente.

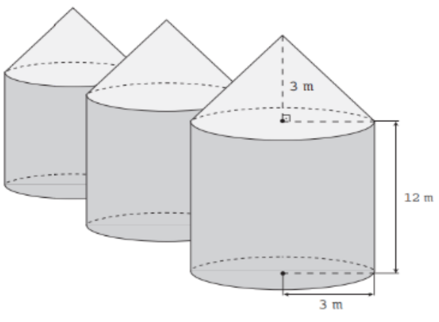
Para estudar o caso desses alunos quando interpretam problemas do ENEM sobre volume de sólidos, dedicou-se os meses de maio a setembro de 2019 para o desenvolvimento da pesquisa. Inicialmente, os pesquisadores preocuparam-se em identificar dificuldades apresentadas pelos alunos, quando resolviam os problemas mencionados. Para isso, analisou-se as provas do ENEM dos anos 2016, 2017 e 2018, identificou-se as questões de geometria e selecionou-se aquelas que envolviam o cálculo de volume. Nesse processo, encontrou-se duas questões contidas na prova de 2016 e duas na prova de 2017.

Dentre elas, elegeu-se, para aplicar a todos aos alunos, as questões 136 e 161 (ENEM, 2016), e a questão 142 (ENEM, 2017), todas do caderno azul[10]. Escolheu-se tais questões, pois além da atualidade apresentavam diversos níveis de dificuldades. Desse modo, as questões, foram os instrumentos através dos quais coletou-se os dados. Os resultados obtidos serviram para identificar e discutir dificuldades dos alunos durante o processo de resolução. Para isso, resolveu-se, antecipadamente, cada uma das questões. Durante esse processo, listou-se (ver quadro 1) conteúdos envolvidos nas questões e atributos relevantes referentes aos conhecimentos necessários à interpretação e resolução dos problemas. Além disso, apresentou-se possíveis dificuldades que os estudantes poderiam demonstrar durante o processo de resolução delas. Estas últimas serão parâmetro para análise dos dados obtidos.

Quadro 1 - Questões, conteúdos, atributos e possíveis dificuldades de alunos

Questão 136 (ENEM, 2016, caderno azul, p. 17): Em regiões agrícolas, é comum a presença de silos para armazenamento e secagem da produção de grãos, no formato de um cilindro reto, sobreposto por um cone, e dimensões indicadas na figura. O silo fica cheio e o transporte dos grãos é feito em caminhões de carga cuja capacidade é de 20 m³. Uma região possui um silo cheio e apenas um caminhão para transportar os grãos para a usina de beneficiamento.

Figura 1 – Questão 136



Fonte: ENEM, 2016, caderno azul, p. 17.

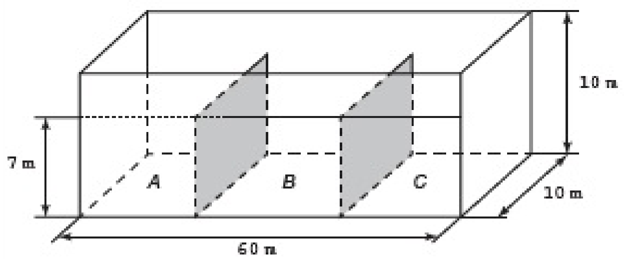
[10]As provas do ENEM são compostas por cadernos de quatro cores: azul, amarelo, branco e rosa. As cores indicam provas distintas que se diferenciam por alterações na ordem das questões.

Utilize 3 como aproximação para π. O número mínimo de viagens que o caminhão precisará fazer para transportar todo o volume de grãos armazenados no silo é:
a) 6 b) 16 c) 17 d) 18 e) 21

Conteúdos	Atributos relevantes	Possíveis dificuldades
Conteúdo principal: Volume de cilindro e cone **Conteúdo subjacente:** Proporção.	1) Compreender o conceito de volume; 2) Saber calcular o volume do cilindro e do cone; 3) Conhecer as características dos sólidos envolvidos na questão: - cilindro reto (sólido alongado e arredondado que possui o mesmo diâmetro ao logo de seu comprimento e círculos com mesmo raio situados em planos paralelos); - cone reto (composto por uma base circular gerada pela revolução de um triângulo retângulo e sua altura é perpendicular ao centro da base); 4) Saber efetuar o cálculo de proporção.	a) Identificar que é preciso calcular o volume de dois sólidos diferentes (cilindro e cone) para obter o volume total do silo; b) Identificar que a base do cone também é a base do cilindro, e assim, concluir que ambos os sólidos possuem o mesmo raio; c) Interpretar que em uma viagem o caminhão só pode carregar uma parte da carga total do silo, e, concluir que deverá utilizar regra de três simples para descobrir quantas viagens serão necessárias; d) Perceber que ao descobrir um número decimal como resposta da quantidade de viagens, deve arredonda-lo para o sucessor do número natural da parte inteira, pois a parte decimal representa apenas uma porção da capacidade total do caminhão. Assim, para transportar o volume que falta é necessário que o caminhão faça mais uma viagem.

Questão 161 (ENEM, 2016, caderno azul, p. 24): Um petroleiro possui reservatório em formato de um paralelepípedo retangular com as dimensões dadas por 60 m × 10 m de base e 10 m de altura. Com o objetivo de minimizar o impacto ambiental de um eventual vazamento, esse reservatório é subdividido em três compartimentos, A, B e C, de mesmo volume, por duas placas de aço retangulares com dimensões de 7 m de altura e 10 m de base, de modo que os compartimentos são interligados, conforme a figura. Assim, caso haja rompimento no casco do reservatório, apenas uma parte de sua carga vazará.

Figura 2 – Questão 161



Fonte: ENEM, 2016, caderno azul, p. 24.

Suponha que ocorra um desastre quando o petroleiro se encontra com sua carga máxima: ele sofre um acidente que ocasiona um furo no fundo do compartimento C. Para fins de cálculo, considere desprezíveis as espessuras das placas divisórias. Após o fim do vazamento, o volume de petróleo derramado terá sido de
a) $1,4 \times 10^3$ m³ b) $1,8 \times 10^3$ m³ c) $2,0 \times 10^3$ m³ d) $3,2 \times 10^3$ m³ e) $6,0 \times 10^3$ m³

Conteúdos	Atributos relevantes	Possíveis dificuldades
Conteúdo principal: Volume do paralelepípedo **Conteúdo subjacente:** Notação científica	1) Compreender o conceito de volume; 2) Conhecer as características do paralelepípedo retangular (formado por faces planas retangulares e quando opostas, são congruentes); 3) Saber calcular o volume do sólido em questão;	a) Interpretar a imagem do reservatório associando-a a um paralelepípedo retangular; b) Entender o procedimento realizado para minimizar o impacto ambiental caso houvesse algum rompimento no reservatório; c) Identificar as medidas das repartições do reservatório (paralelepípedo retangular) e perceber que elas possuem as mesmas

<table>
<tr><td></td><td>4) Saber transpor um número para notação científica.</td><td>medidas; d) Compreender a pergunta apresentada ao final do problema para identificar o cálculo a ser realizado e responde-la.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Questão 142 (ENEM, 2017, caderno azul, p. 17) Um casal realiza sua mudança de domicílio e necessita colocar numa caixa de papelão um objeto cúbico, de 80 cm de aresta, que não pode ser desmontado. Eles têm à disposição cinco caixas, com diferentes dimensões, conforme descrito:

• Caixa 1: 86 cm x 86 cm x 86 cm
• Caixa 2: 75 cm x 82 cm x 90 cm
• Caixa 3: 85 cm x 82 cm x 90 cm
• Caixa 4: 82 cm x 95 cm x 82 cm
• Caixa 5: 80 cm x 95 cm x 85 cm

O casal precisa escolher uma caixa na qual o objeto caiba, de modo que sobre o menor espaço livre em seu interior. A caixa escolhida pelo casal deve ser a de número:
a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5</td></tr>
<tr><th>Conteúdos</th><th>Atributos relevantes</th><th>Possíveis dificuldades</th></tr>
<tr><td>Conteúdo principal:
Volume do cubo e paralelepípedo

Conteúdo subjacente:
Razão</td><td>1) Compreender o conceito de volume;
2) Conhecer as características dos sólidos envolvidos na questão:
- cubo (formado por seis faces quadradas e congruentes);
- paralelepípedo retangular (prisma cuja as seis faces são paralelogramos possuindo três pares de faces paralelas e congruentes);
3) Saber calcular o volume de cada um deles.</td><td>a) Identificar que para que o objeto caiba na caixa, as dimensões dela devem ser maiores que 80 cm;

b) Identificar que para descobrir em qual caixa sobrará o menor espaço vazio deverá calcular o volume de todas aquelas que podem abrigar o objeto e escolher a que possuir o menor volume. Considerando neste caso, a relação entre o volume ocupado pelo objeto e aquele disponível na caixa.</td></tr>
</table>

Fonte: Elaborado pelos pesquisadores, 2019.

4 ANÁLISE E DISCUSSÃO DE DADOS

Na análise e discussão dos dados descreve-se inicialmente o contexto da produção e coleta de dados, ou seja, a aplicação da tarefa nas turmas. Em seguida, trata-se do conceito de volume. Na sequência, abordam-se as observações e impressões acerca do comportamento dos alunos durante a resolução dos problemas. Posteriormente, faz-se uma análise da resolução dos estudantes. Por fim, sintetizam-se as respostas obtidas com a resolução da primeira questão pelos alunos.

4.1 Contexto da produção e coleta de dados

Nos dias 27 (vinte e sete) e 28 (vinte e oito) de junho de 2019, desenvolveu-se a pesquisa de campo. Esta consistiu na identificação das dificuldades apresentadas pelos estudantes quando interpretavam questões do ENEM que envolviam volume de sólidos. Para isso, selecionaram-se três questões (ver quadro 1) das provas anteriores de 2016 e 2017. Em seguida, organizaram-se as mesmas em uma lista de tarefas que foi impressa para cada aluno das turmas 3ª série II e 3ª série III.

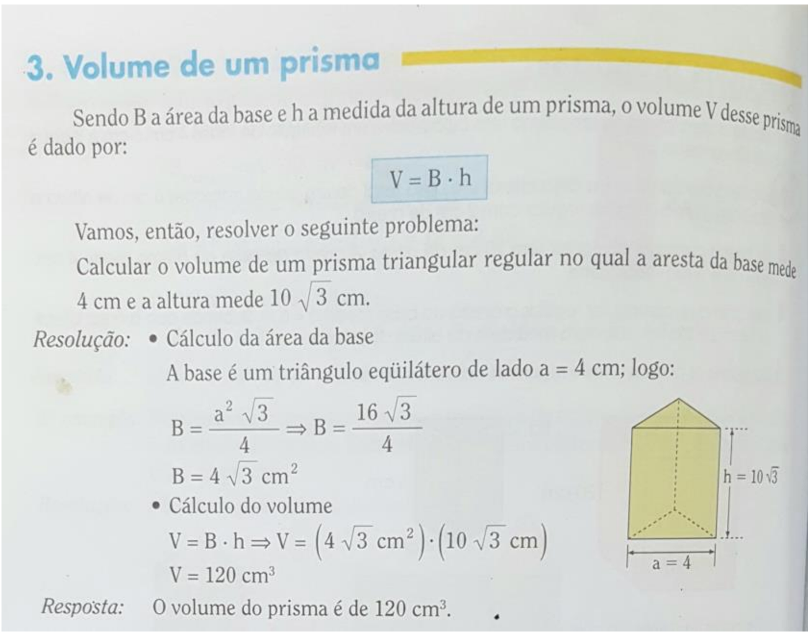
A 3ª série II compunha-se de 32 (trinta e dois) alunos com idades variando entre 16 (dezesseis) e 19 (dezenove) anos, dos quais 10 (dez) eram meninos e 22 (vinte e duas) eram meninas. Desse total de alunos, 5 (cinco) eram repetentes e apresentavam defasagem idade/série. Os demais 27 (vinte e sete) alunos se encontravam com idade adequada para a série. Já a turma de 3ª série III possuía 33 (trinta e três) alunos cuja idade variava entre 16 (dezesseis) e 19 (dezenove) anos. Desse total, 12 (doze) eram meninos e 11 (onze) eram meninas. Desses, 12 (doze) eram repetentes apresentando defasagem idade/série. Os outros 21 (vinte e um) alunos possuíam idade apropriada para a série segundo os parâmetros legais. Ao todo, 61 (sessenta e um) alunos estiveram presentes e realizaram as tarefas individualmente.

Inicialmente, planejou-se utilizar uma aula de matemática em cada uma das turmas escolhidas, pois considerou-se o tempo de duração da prova do ENEM no segundo dia de aplicação, no qual ocorrem as questões de Matemática e suas Tecnologias. Neste dia os alunos possuem 90 questões para resolver, e como o tempo para realização da prova é de 5 horas, cada questão deve ser solucionada em aproximadamente 3 minutos e 20 segundos em média. A docente optou por atribuir três pontos a tarefa, incluindo-a na distribuição das notas do 2º trimestre. De início, não se pretendia ajudar os alunos na resolução dos problemas, pois interessava à pesquisa identificar, nas respostas deles, dificuldades que poderiam surgir no processo de resolução. Porém, ambas as turmas não conseguiam solucionar as questões. Então, decidiu-se auxiliá-los. Desta forma, uma aula de 55 (cinquenta e cinco) minutos não foi suficiente, assim, estendeu-se o tempo da tarefa para mais uma aula de matemática que aconteceu no mesmo dia. Após a realização da tarefa, dialogou-se com os alunos sobre as dúvidas deles em cada uma das questões. Importante salientar que esses momentos foram registrados em gravação de áudio.

4.2 Sobre o conceito de volume

Em função da problemática definida para esta pesquisa, o objeto matemático situa-se no campo da geometria espacial. Assim, considerou-se pertinente conhecer a definição de volume de sólidos geométricos apresentada aos alunos sujeitos desta investigação. Durante o estágio supervisionado obrigatório, a professora apresentou aos pesquisadores o material que ela utilizava em suas aulas de geometria. Tratava-se de um livro didático antigo, com ausência de capa e contracapa. Por isso, não foi possível identificar autor, título, ano de publicação e editora. Apresenta-se na figura 3 o conceito extraído do material em questão. Vejamos:

Figura 3 - Conceito de volume apresentado aos alunos



3. Volume de um prisma

Sendo B a área da base e h a medida da altura de um prisma, o volume V desse prisma é dado por:

$$\boxed{V = B \cdot h}$$

Vamos, então, resolver o seguinte problema:

Calcular o volume de um prisma triangular regular no qual a aresta da base mede 4 cm e a altura mede $10\sqrt{3}$ cm.

Resolução: • Cálculo da área da base

A base é um triângulo eqüilátero de lado a = 4 cm; logo:

$$B = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow B = \frac{16\sqrt{3}}{4}$$

$$B = 4\sqrt{3}\ \text{cm}^2$$

• Cálculo do volume

$$V = B \cdot h \Rightarrow V = \left(4\sqrt{3}\ \text{cm}^2\right) \cdot \left(10\sqrt{3}\ \text{cm}\right)$$

$$V = 120\ \text{cm}^3$$

Resposta: O volume do prisma é de 120 cm³.

Fonte: Arquivo das pesquisadoras, 2019.

Observa-se nela que o autor orienta quanto ao cálculo do volume de um prisma de base triangular regular. Na sequência, mostra que o cálculo do volume é feito pela multiplicação da área da base (B) pela medida da altura (h). Em seguida, apresenta a fórmula que deve ser usada para o cálculo do volume do sólido em questão. Nota-se ainda que não há uma definição para sólido geométrico; menção ao fato de possuírem três dimensões, e, por isso, só podem ser pensados e definidos no espaço tridimensional; e, relação explícita ao conceito de "espaço" e de "medida". É importante salientar que as ideias de "espaço" e "medida" estão relacionadas com a noção intuitiva de volume abordada por Lima (1991) e presentes no dicionário. Essas ideias vinculam-se ao volume como o espaço ocupado por um sólido, associando-o a uma medida.

Motivados por isto, analisou-se cadernos de seis alunos, escolhidos arbitrariamente em uma das turmas para tentar identificar outra definição anotada por eles ou ainda, alguma informação complementar que ajudasse a compreender o conceito de volume. Como nada foi identificado, os alunos foram indagados, aleatoriamente e individualmente, sobre o entendimento deles acerca do conceito em questão. De modo geral, responderam que "essa matéria" já tinha sido estudada no ano anterior (2ª série). Das respostas obtidas, algumas apresentavam uma ideia próxima à noção intuitiva de volume dada por Lima (1991) quando diz que "o volume de um sólido é a quantidade de espaço por ele ocupada (p. 61)". A seguir algumas delas são exemplificadas.

> *"Para descobrir a capacidade/profundidade do objeto". (Aluno A em 21/06/2019)*
> *"Tudo que cabe dentro de um objeto geométrico". (Aluno B em 21/06/2019)*
> *"Volume é a capacidade que uma área pode aguentar". (Aluno C em 21/06/2019)*
> *"Quantidade de substância que coloca dentro do objeto". (Aluno D em 21/06/2019)*
> *"Quantidade de espaço de uma figura geométrica". (Aluno E em 21/06/2019)*

Ao analisar as respostas dos estudantes a partir das considerações de Lima (1991), nota-se que estes entendiam a ideia intuitiva de volume, mas expressavam suas concepções com termos diferentes dos utilizados pelo autor, tais como, "objeto", "figura" e "área" ao invés de sólido geométrico; "substância" no lugar de espaço e "aguentar" e "colocar" ao contrário de ocupar.

Além desses, outros estudantes afirmaram que não sabiam responder. Os demais assinalaram que volume poderia ser assim entendido:

> *"Densidade? Não sei explicar". (Aluno F em 21/06/2019)*
> *"Um número a ser multiplicado?". (Aluno G em 21/06/2019)*
> *"Base vezes altura". (Aluno H em 21/06/2019)*
> *"Cálculo da altura ou comprimento de um objeto". (Aluno I em 21/06/2019)*

Percebe-se, na segunda, terceira e quarta resposta uma associação do conceito de volume com o uso de fórmulas, correspondente ao trabalho feito pela professora em sala de aula (ver figura 4). Mas, mesmo tentando associar a ideia/noção de volume às fórmulas, os alunos fizeram essa relação de modo equivocado. Por exemplo, na primeira resposta, vimos que o aluno F não tinha certeza de sua resposta e equiparou o conceito de volume ao conceito de densidade. Como a densidade se trata da razão da massa pelo volume, o aluno F pode ter se lembrado dessa fórmula, talvez estudada em outra disciplina, e associou ao conceito de volume. De modo geral, observou-se que ao pensarem sobre uma resposta para o conceito de volume, os alunos, se mostraram inseguros e não sabiam que termos linguísticos e matemáticos utilizariam para formular uma resposta escrita e/ou verbal.

4.3 Observações e impressões acerca do comportamento dos alunos durante a resolução dos problemas propostos

Durante a tarefa, os estudantes chamavam a professora e a pesquisadora e as questionavam sobre os problemas propostos. Assim, atendeu-se cada um individualmente, o que possibilitou perceber diversas dificuldades em comum. Os mesmos se apresentaram impacientes e desconfortáveis em solucionar problemas com enunciados mais complexos do que os vistos, anteriormente, em sala de aula. E, a primeira queixa dos alunos, se deu em função de não se lembrarem das fórmulas para o cálculo do volume dos sólidos, nem mesmo as fórmulas do cubo e do paralelepípedo, que possuem uma dedução mais simples do que as fórmulas de cone e cilindro. Por esse motivo, a maioria dos estudantes não conseguia avançar na resolução. As turmas demonstraram não ter entendido a dedução das fórmulas, apenas tentavam memorizá-las. Visto isso, decidiu-se dialogar com os estudantes acerca dos procedimentos de cálculo e anotá-los no quadro da sala de aula.

Durante este processo, observou-se que os alunos não conseguiam identificar o que os problemas pediam, pois, mesmo desenvolvendo parte das resoluções corretamente, não encontravam a alternativa certa. Para que os estudantes percebessem o que a tarefa solicitava, foi pedido que lessem e relessem o enunciado, identificassem os dados e anotassem o que estava sendo perguntado no problema. Ou seja, o que solicitava a pergunta que aparecia no final do texto do enunciado ou “o que o problema queria saber”. Aqui fica claro que a primeira fase da heurística de Polya (1945; 1973), compreender o problema, não foi realizada com êxito e, visto a importância deste passo, os estudantes não conseguiam chegar à solução.

Identificada à questão/pergunta do problema, parte dos alunos não conseguiam retirar as informações necessárias (dados) do enunciado e estabelecer um plano de resolução (POLYA, 1945; 1973), o que se relaciona diretamente com a noção de atributos relevantes e irrelevantes mencionados por Zanon (2019). Desta forma, destacamos que muitos estudantes tinham dificuldade em separar no enunciado os atributos relevantes dos irrelevantes, sendo estes imprescindíveis para o entendimento do texto e organização da resolução. Além disso, em sua maioria, os alunos não conseguiam interpretar os valores que resultavam dos cálculos, isto é, o que representava para o problema o número encontrado. E, no caso do primeiro problema, questão 136, eles não transpunham o número decimal para um inteiro.

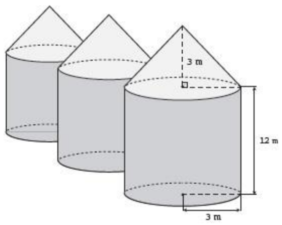
4.4 Análise da resolução dos estudantes

Considerando o volume de dados obtidos, apresenta-se aqui somente a análise da questão 1 da tarefa desenvolvida pelos alunos da 3ª série do ensino médio. A seguir, apresentamos o problema proposto aos estudantes.

Figura 4 - Questão 136

QUESTÃO 136

Em regiões agrícolas, é comum a presença de silos para armazenamento e secagem da produção de grãos, no formato de um cilindro reto, sobreposto por um cone, e dimensões indicadas na figura. O silo fica cheio e o transporte dos grãos é feito em caminhões de carga cuja capacidade é de 20 m³. Uma região possui um silo cheio e apenas um caminhão para transportar os grãos para a usina de beneficiamento.



Utilize 3 como aproximação para π.

O número mínimo de viagens que o caminhão precisará fazer para transportar todo o volume de grãos armazenados no silo é

A 6.
B 16.
C 17.
D 18.
E 21.

Fonte: ENEM, 2016; caderno azul, p. 17.

Este problema permitiu analisar as dificuldades dos alunos e ajudá-los a traçar um plano de resolução por meio do método de questionar do professor (POLYA, 1945; 1973), pois envolvia análise e reflexão do enunciado. Além disso, o processo de resolver e questionar os alunos, os auxiliou na construção do conceito de volume que ainda não estava consolidado. Ao levar os alunos a refletirem sobre a capacidade do caminhão comparada a quantidade de grãos do silo, buscou-se despertá-los para a ideia de volume dada por Lima (1991), quando fala sobre a quantidade de "espaço" por ele ocupada. O autor ainda menciona que volume é uma grandeza a ser medida, e, ao encontrar um número que seria determinado como o volume do silo, os alunos mediriam a grandeza volume.

Para solucionarem o problema, os alunos precisariam calcular o volume dos dois sólidos, cilindro e cone, que formavam juntos um silo que armazenava grãos. Após encontrarem o volume de cada um deles, deveriam somá-los, para assim, descobrirem o volume total do silo ($324m^3 + 27m^3 = 351m^3$). Por último, para encontrar o número de viagens que o caminhão (de carga igual a $20m^3$) careceria de fazer para carregar todo o volume do silo, seria necessário que dividissem o volume total do silo por $20m^3$ (volume da carga do caminhão). Desta forma, os alunos encontrariam um número decimal como resposta (351:20 = 17,55 viagens). Para assinalar a alternativa correta, que só possuía números inteiros, os estudantes precisavam interpretar o número encontrado. Deveriam identificar que o caminhão faria 17 viagens com carga total (parte inteira do número decimal encontrado) e mais uma viagem para carregar o que restou de grãos no silo, correspondendo a uma parte da carga do caminhão.

Durante a resolução pelos alunos, percebeu-se algumas dúvidas nos momentos em que eles nos chamavam para dialogar sobre a atividade. De início, notou-se que alguns calculavam apenas o volume do cilindro e concluíam que o resultado encontrado seria o volume total do silo. Isto foi previsto no quadro 1, quando foram listadas as possíveis dificuldades que os alunos encontrariam ao resolverem as questões, especificamente, no item “a” da primeira questão – identificar que é preciso calcular o volume de dois sólidos diferentes (cilindro e cone) para obter o volume do silo.

Ao serem questionados se haviam identificado que o silo era composto por dois sólidos, a maioria dos alunos confirmou positivamente, pois no momento da resolução foram auxiliados por meio de indagações (“O que é um silo?”; “Observando a imagem, como é o silo apresentado no problema?”; “Em geometria, quais nomes recebem?”, dentre outras) que os levassem a resposta. Então, mencionou-se o fato de anteriormente, quando eles solicitaram auxílio em suas mesas, calcularem apenas o volume de um deles. Assim, confirmaram que foi possível chegar à conclusão correta somente depois da ajuda da pesquisadora e da professora.

Além disso, muitos estudantes concluíram que o resultado encontrado para o volume do silo seria a resposta do problema. Mas, como não havia alternativa com tal solução, questionaram sobre possíveis erros de cálculo. Assim, constatou-se que diversos alunos não conseguiam identificar o que o problema pedia e não sabiam selecionar os dados necessários ao processo de resolução. Este fato pode ser relacionado à fala de Suydam (1997) quando afirma que os alunos se saem melhor na resolução de cálculos do que na aplicação destes em problemas. É importante ressaltar a dificuldade das turmas em identificar os atributos relevantes do enunciado (ZANON, 2019). Eles não percebiam o que era questionado no problema e nem identificavam os outros dados que faziam menção ao caminhão, apenas se atentaram para o volume do silo.

No estágio não obrigatório presenciou-se aulas de matemática nas quais pareceu que a professora focou em problemas de enunciados simples que exigiam o cálculo do volume de sólidos. Assim como descrito por Zanon (2019), os problemas possuíam enunciados diretos com informações evidentes para a resolução. Eram interpretados sem muito esforço intelectual pelo aluno e treinavam a aplicação da fórmula tratada anteriormente em sala de aula. Desta forma, constatou-se que a dificuldade encontrada pelos estudantes diante dos problemas com enunciados mais complexos, como aqueles trabalhados na tarefa, vinculava-se a pouca afinidade deles para com este tipo de tarefa que exige uma maior reflexão, análise, e, ainda, a formulação de estratégias que envolvem mais de uma operação (ZANON, 2019).

Observou-se também a dificuldade antecipada no item “b” - identificar que a base do cone é também a base do cilindro (ver quadro 1), e, assim, concluir que ambos os sólidos possuíam o mesmo raio. Isso foi verificado quando alguns estudantes questionaram sobre qual seria o raio do cone, considerando que essa especificação não estava evidente no texto do problema, mas no desenho da base cilindro. Os alunos poderiam encontrar a resposta para este questionamento na descrição do silo presente no enunciado, quando diz “[...] no formato de um cilindro reto, *sobreposto por um cone*, e dimensões indicadas na figura” (ENEM, 2016; caderno azul, p. 17). Esta seria a identificação de um atributo relevante conforme descrito por Zanon (2019).

Além de interpretar esta informação, os estudantes poderiam analisar a imagem dada no problema. Pela dependência de auxílio da pesquisadora e professora durante o processo de resolução, pareceu-nos que os estudantes não se empenhavam em ler cuidadosamente o enunciado, pois nas aulas de matemática enfatizavam-se problemas de enunciados simples (ZANON, 2019). Assim, os alunos eram habituados a retirar os dados evidentes e substituí-los nas fórmulas. No entanto, o problema em questão, exigia mais atenção para o recolhimento das informações, e, consequentemente, identificação dos atributos relevantes (ZANON, 2019) e dos dados necessários para a resolução.

O que foi previsto no item “d”, dificuldade em interpretar a resposta final (número decimal 17,55) e relacioná-la com as alternativas (números inteiros) (ver quadro 1) também ocorreu. Diversos alunos solicitaram ajuda em suas mesas para entenderem o valor encontrado. Na ocasião, foram indagados, conforme sugere Polya (1945; 1973) no método de questionar do professor, de modo a fazê-los refletir acerca do que seria cada viagem dada pelo caminhão. Assim, conseguiram concluir que seria necessário, além das 17 viagens (parte inteira do número decimal), mais uma viagem de caminhão para carregar os grãos.

No diálogo com as turmas, no fim da atividade, discutiu-se sobre a dificuldade encontrada por eles em entender o resultado “17,55”. A maioria dos alunos confirmou que só conseguiu interpretá-lo a partir do auxílio da pesquisadora e da professora. Isto remete à fase *examinar a solução obtida*, descrita por Polya (1945; 1973), no quarto passo que deve ser executado ao resolver um problema. Como abordado na situação ocorrida, grande parte dos estudantes não analisou e nem examinou o valor encontrado, por isso tiveram dificuldade em pensar na quantidade de viagens. Assim, entende-se e evidencia-se a necessidade de ler e reler o problema, interpretando e relacionando o enunciado com o resultado obtido (POLYA, 1945; 1973).

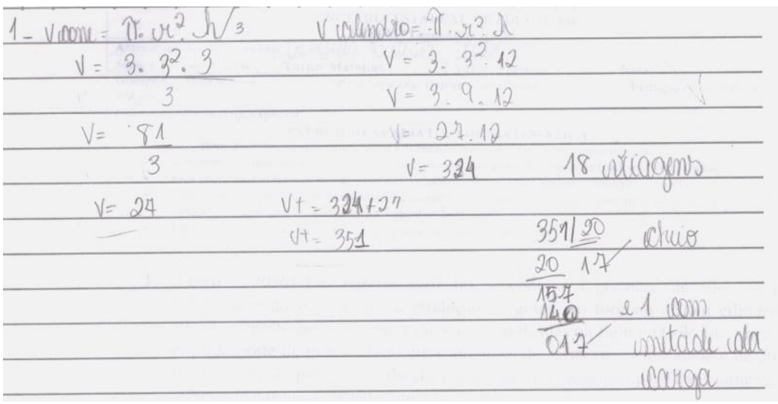
4.5 Síntese das respostas obtidas com a resolução pelos alunos da primeira questão

Cerca de 61 (sessenta e um) alunos resolveram o problema proposto. As respostas obtidas no processo de resolução foram agrupadas em quatro categorias: A – estudantes que resolveram corretamente; B – estudantes que apresentaram respostas incompletas; C – estudantes que resolveram de modo equivocado; D – estudantes que deixaram em branco.

Na categoria A (estudantes que resolveram corretamente), estão presentes 39 (trinta e nove) alunos, o que representa aproximadamente 63,9 % do total de 61 (sessenta e uma) respostas. Dentro dessa categoria, 29 (vinte e nove) alunos responderam de modo igual: somaram os volumes dos sólidos encontrados e, posteriormente, dividiram-no pela capacidade do caminhão. Outros 8 (oito) procederam de forma diferente: após calcularem o volume do cilindro ($324m^3$) e do cone ($27m^3$), dividiram separadamente cada valor pela capacidade do caminhão (324:20 e 27:20). Posteriormente, somaram as quantidades encontradas (16,2 + 1,35 = 17,55) chegando à solução correta.

Os demais 02 (dois) estudantes da categoria A chamaram atenção pela forma como explicaram o resultado final encontrado. Eles somaram ambos os volumes e dividiram pela capacidade do caminhão. Mas, não deixaram como resultado um número decimal. O aluno X (ver figura 5) dividiu até encontrar um número inteiro (17). Além disso, indicou na resolução que a parte inteira (17) seria a quantidade de viagens com o caminhão cheio e o resto (11)[11] significaria uma viagem com a carga incompleta.

Figura 5 – Resolução da questão 1 do aluno X

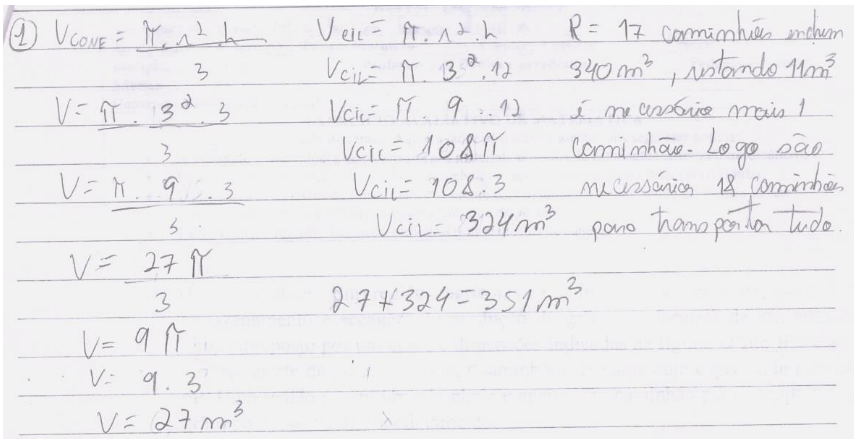


Fonte: Arquivo dos pesquisadores, 2019.

[11] Percebe-se, na figura 6, que o aluno X conclui equivocadamente o cálculo da divisão de $351m^3$ por $20m^3$, pois deveria obter como resto $11m^3$, e não $17m^3$ como registrou. Mas, entende-se que este equívoco não interferiu no resultado e no raciocínio do aluno.

Já o aluno Y explicou que 17 viagens carregariam 340m³. E, para levar os 11m³ restantes seria necessário mais uma viagem, totalizando 18 viagens (ver figura 6).

Figura 6 – Resolução da questão número 1 do aluno Y

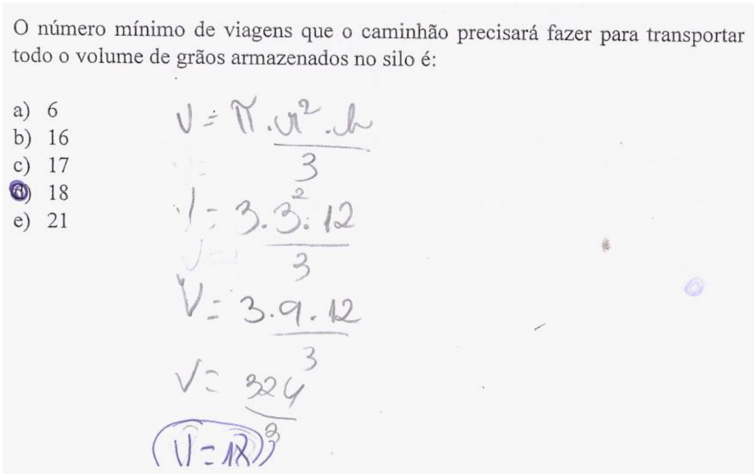


Fonte: Arquivo dos pesquisadores, 2019.

Aqui, encontra-se o quarto passo evidenciado por Polya (1945; 1973), examinar a solução obtida, que requer uma análise das respostas encontradas a partir dos cálculos confrontadas com o que o problema questiona. Por outro lado, a partir delas, percebe-se que os alunos X e Y analisaram o resultado encontrado e entenderam efetivamente o que o valor significava. Vale ressaltar que este foi um número muito pequeno de alunos, considerando que o total foi de 61 (sessenta e um) estudantes. Isto mostra que este passo deve ser mais trabalhado com as turmas durante o processo de resolução de problemas.

Na categoria B (estudantes que apresentaram respostas incompletas) estão presentes 3 (três) alunos (aproximadamente 4,9% do total). Um deles calculou o volume do cone e do cilindro corretamente e considerou sua resolução como finalizada, pois não efetuou a soma de ambos. Os outros dois estudantes calcularam apenas o volume do cone. E, desse modo, não concluíram o processo de resolução. A categoria C (estudantes que resolveram de modo equivocado) contém 13 (treze) alunos, aproximadamente 21,3% do total. Dentre eles, 10 (dez) calcularam o volume do cone utilizando a altura igual a 12 (doze) metros. Eles não identificaram que esse valor representava a altura do cilindro e que a altura do cone era igual a 3 metros. Procedendo nos cálculos, ao dividir o valor que se encontraria no numerador da fração, por 3 (considere aqui a utilização da fórmula de volume do cone: $V = \pi.r^2.\ h : 3$ tendo em vista o procedimento de cálculo utilizado pelos alunos), os estudantes encontrariam como resposta o valor 108. Mas, de forma equivocada, colocaram “18” (dezoito) como resposta, pois nas afirmativas não havia 108 (cento e oito) como possibilidade. A figura 7, resolução do aluno Z, exemplifica o tipo de solução apresentada pelos 10 (dez) alunos incluídos nessa categoria.

Figura 7 – Resolução da questão 1 do aluno Z


O número mínimo de viagens que o caminhão precisará fazer para transportar todo o volume de grãos armazenados no silo é:

a) 6
b) 16
c) 17
d) 18
e) 21

$V = \frac{\pi . r^2 . h}{3}$

$V = \frac{3 . 3^2 . 12}{3}$

$V = \frac{3 . 9 . 12}{3}$

$V = \frac{324}{3}$

$V = 108$

Fonte: Arquivo dos pesquisadores, 2019.

Os demais alunos dessa categoria apresentaram equívocos diferentes no começo dos cálculos, e assim, não concluíram a resolução. Dos 3 (três) alunos restantes, um deles utilizou “3 metros” como a altura do cilindro (a altura correta seria 12 metros). Outro estudante se enganou no cálculo de uma potência ($3^2 = 6$) quando aplicou a fórmula de volume do cilindro. O terceiro aluno utilizou o valor do raio nas fórmulas de modo equivocado, pois, para o cone ele colocou “1,5” como raio e para o cilindro “6” (o valor correto para o raio seria de 3 metros para os dois sólidos).

Na última categoria, constam 6 (seis) alunos que deixaram as questões em branco, representando aproximadamente 9,8% do total de estudantes. Estes foram questionados pelo motivo de não terem realizado a tarefa, eles responderam que não sabiam resolver os problemas e hesitaram em solicitar ajuda tanto da pesquisadora quanto da professora.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Considerando o objetivo de “*identificar dificuldades apresentadas por estudantes da terceira série do ensino médio quando interpretam enunciados complexos de problemas que envolvem volume de sólidos*”, ao fim da pesquisa é possível listar as seguintes dificuldades dos alunos:

i) identificar os sólidos geométricos e suas características;
ii) diferenciar os atributos relevantes dos irrelevantes;
iii) compreender o conceito de volume de cada sólido;
iv) entender como as fórmulas associadas ao cálculo de volume são constituídas;
v) interpretar o enunciado do problema;
vi) identificar o que o problema pede; e
vii) interpretar o resultado encontrado ao solucionar um problema.

Por isso, apresenta-se a seguir as potencialidades da resolução de problemas para minimizar tais dificuldades.

Ao perceber que os estudantes tinham dificuldade em compreender o conceito de volume e entender os procedimentos de cálculo, partiu-se dos questionamentos propostos por Polya (1945; 1973) para orientá-los quanto o processo de resolução simultaneamente à construção do conceito em questão. Isto foi desenvolvido em conjunto com os estudantes, e, consequentemente, houve maior interação ativa e reflexiva entre os envolvidos. Desse modo, entende-se que com a utilização desse método e ainda com uma maior exploração e dedução das fórmulas, a matemática fará mais sentido. Assim, possivelmente, os estudantes entenderão com mais facilidade o conceito abordado e compreenderão as fórmulas, ao invés de apenas memorizarem e aplicarem.

Visto a pouca afinidade dos estudantes em solucionar problemas de enunciados complexos com evidência na estrutura conceitual, ressalta-se a necessidade de os professores incluírem em sua prática o trabalho com problemas deste tipo. Percebe-se que nas classes em que a pesquisa foi desenvolvida, os alunos estavam habituados a resolver problemas de enunciados simples. Como enunciados desse tipo deixam os dados evidentes e não exige muito esforço intelectual do indivíduo (ZANON, 2019), consequentemente, eles demonstraram pouco preparo para solucionarem problemas com enunciados complexos. Desse modo, podem encontrar limitações para realizarem a prova do ENEM, que focaliza nesse tipo de problema. Segundo Diniz (2001, p. 99), "o trabalho centrado exclusivamente na proposição e na resolução de problemas convencionais gera nos alunos atitudes inadequadas frente ao que significa aprender e pensar matemática". Assim, percebe-se que o foco em enunciados simples também afeta o aprendizado do aluno e em contrapartida os enunciados complexos proporcionam uma maior aprendizagem. Logo, é importante ressaltar que os professores devem se preocupar com o conhecimento que proporcionará aos estudantes e não apenas em ensinar a resolver problemas.

Outro ponto importante a ser ressaltado é a realização de uma listagem de atributos relevantes em um enunciado e a antecipação das possíveis dificuldades que podem surgir tanto no trabalho com um problema quanto no ensino de um conteúdo, que deve ser feito pelo professor (ZANON, 2019). Esse processo foi realizado durante a pesquisa e exposto no quadro 1. Com essas informações previstas, o docente pode se preparar para melhor atender aos alunos em suas dúvidas e dificuldades, e, até mesmo, criar meios para que essas barreiras não venham aparecer. E, caso sejam evidenciadas, possam ser superadas com mais prontidão.

A dificuldade em interpretar o enunciado, é preocupante por ela ser a primeira fase de resolução de um problema (POLYA, 1945; 1973). Sem compreendê-lo, dificilmente o aluno conseguirá progredir na resolução. É comum associar essa dificuldade a pouca habilidade na leitura em língua materna. No entanto, a matemática possui uma característica própria na escrita com uma combinação de sinais, letras e palavras se organizando por meio de regras (SMOLE; DINIZ, 2001). Sendo assim,

> [...] os alunos devem aprender a ler matemática e ler para aprender matemática durante as aulas dessa disciplina, pois para interpretar um texto matemático, o leitor precisa familiarizar-se com a linguagem e símbolos próprios desse componente curricular, encontrando sentido no que lê, compreendendo o significado das formas escritas que são inerentes ao texto matemático, percebendo como ele se articula e expressa conhecimentos (SMOLE; DINIZ, 2001, p. 71).

Ainda, segundo as autoras, o professor pode desenvolver a leitura em matemática nos momentos em que são discutidos conceitos e procedimentos. Sugere-se aos docentes estabelecer uma rotina de leitura nas aulas envolvendo diversos assuntos de forma interdisciplinar com o conteúdo abordado.

Algumas das dificuldades encontradas podem estar associadas às fases para resolver um problema (POLYA, 1945; 1973): compreender o problema, estabelecer um plano, executar o plano e examinar a solução obtida. O professor pode desenvolver essas etapas a partir do protagonismo dos alunos, tornando os estudantes mais ativos e a aprendizagem mais significativa. Desse modo, tende-se a

> [...] uma postura de inconformismo diante de obstáculos e do que foi estabelecido por outros, sendo um exercício contínuo de desenvolvimento do senso crítico e de criatividade, que são características primordiais daqueles que fazem ciência e objetivos do ensino de matemática (DINIZ, 2001, p. 92).

Visto isso e as considerações desta pesquisa, podemos considerar a resolução de problemas uma metodologia de grande importância para auxiliar os alunos na interpretação de enunciados complexos e em diversos âmbitos da aprendizagem de matemática e da formação do sujeito.

REFERÊNCIAS

ANDRINI, A.; VASCONCELLOS, M. J. *Praticando Matemática*, 6. 3. ed. Editora do Brasil. São Paulo, 2012.

BRASIL. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros curriculares nacionais (Ensino Médio)*. Parte III - Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Ministério da Educação, 2000.

BRASIL. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. *Base Nacional Comum Curricular*. Ministério da Educação, 2018.

DINIZ, M. I. Resolução de problemas e comunicação. In: SMOLE, K. C. S.; DINIZ, M. I. (Org.). *Ler, escrever e resolver problemas*: habilidades básicas para aprender matemática. 1. ed. reimp. São Paulo: Artmed, 2001. p. 87-97.

FERREIRA, A. B. de H. *Mini Aurélio*: o dicionário da Língua Portuguesa. 6. ed. Curitiba: Positivo, 2006.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S.; *Investigação em educação matemática*: percursos teóricos e metodológicos. 3. ed. São Paulo: Autores Associados, 2012.

GUIA DO ESTUDANTE, 2018. Disponível em: <https://guiadoestudante.abril.com.br/estudo/veja-os-conteudos-mais-cobrados-no-enem-nos-ultimos-8-anos/>. Acesso em: 02 de abril de 2019.

INEP, 2018. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/provas-e-gabaritos>. Acesso em: 10 de abril de 2019.

LIMA, E. L. *Medida e forma em geometria*: comprimento, área, volume e semelhança. Rio de Janeiro: Graftex, 1991.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. *Pesquisa em educação*: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MORAIS, R. dos S.; ONUCHIC. L. de la R. Uma abordagem histórica da resolução de problemas. In: ONUCHIC, L. de la R.; ALLEVATO, N. S. G.; NOGUTI, F. C. H.; JUSTULIN, A. M. (Org.). *Resolução de problemas*: teoria e prática. Jundiaí: Paco, 2014. p. 17-34.

POLYA, G. *A arte de resolver problemas*: um novo aspecto do método matemático. Rio de Janeiro, Interciência, 1973. (A obra foi publicada originalmente em 1945.)

SEVERINO, A. J. *Metodologia do trabalho científico*. 24. ed. São Paulo: Cortez, 2016.

SMOLE, K. C. S.; DINIZ, M. I. Ler e aprender matemática. In: SMOLE, K. C. S.; DINIZ, M. I. (Org.). *Ler, escrever e resolver problemas*: habilidades básicas para aprender matemática. 1. ed. reimp. São Paulo: Artmed, 2001. p. 69-86.

SUYDAM, M. N. Desemaranhando pistas a partir da pesquisa sobre resolução de problemas. In: KRULIK, S.; REYS, R.E. (Org.). *A resolução de problemas na matemática escolar*. São Paulo: Atual, 1997. p. 49-73.

ZANON, T. X. D. *Imagens conceituais de combinatória no ensino superior de matemática*. 2019. 332 f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO - CAMPUS CACHOEIRO DE ITAPEMIRIM

Rodovia BR-482 (Cachoeiro-Alegre) – Fazenda Morro Grande – Caixa Postal 527, 29300-970 – Cachoeiro de Itapemirim – ES, 28 3526-9000

FOLHA DE APROVAÇÃO

LAÍS SCORZIELLO FEITOSA DA SILVA

INTERPRETAÇÃO DE ENUNCIADOS DE PROBLEMAS QUE ENVOLVEM O CÁLCULO DE VOLUME

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenadoria de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção do título em Licenciado em Matemática.

Aprovado em 16 de dezembro de 2019.

COMISSÃO EXAMINADORA

Professora Doutora Thiarla Xavier Dal-Cin Zanon

Instituto Federal do Espírito Santo, campus Cachoeiro de Itapemirim

Orientadora

Professor Doutor Rônei Sandro Vieira

Instituto Federal do Espírito Santo, campus Cachoeiro de Itapemirim

Professor Doutor Jorge Henrique Gualandi

Instituto Federal do Espírito Santo, campus Cachoeiro de Itapemirim

Professor Mestre Humberto Silveira Gonçalves Filho

Instituto Federal do Espírito Santo, campus Piúma

Emitido em 16/12/2019

FOLHA DE APROVAÇÃO-TCC Nº 1/2019 - CAI-CCLM (11.02.18.01.08.02.03)

(Nº do Protocolo: NÃO PROTOCOLADO)

(Assinado digitalmente em 09/05/2023 21:58)
HUMBERTO SILVEIRA GONCALVES FILHO
PROFESSOR DO ENSINO BASICO TECNICO E TECNOLOGICO
PIU-CCTA (11.02.28.01.08.02.04)
Matrícula: 1890655

(Assinado digitalmente em 10/05/2023 05:03)
JORGE HENRIQUE GUALANDI
PROFESSOR DO ENSINO BASICO TECNICO E TECNOLOGICO
CAI-CCLM (11.02.18.01.08.02.03)
Matrícula: 1811993

(Assinado digitalmente em 09/05/2023 21:58)
RONEI SANDRO VIEIRA
PROFESSOR DO ENSINO BASICO TECNICO E TECNOLOGICO
CAI-CCLM (11.02.18.01.08.02.03)
Matrícula: 1333747

(Assinado digitalmente em 09/05/2023 20:25)
THIARLA XAVIER DAL CIN ZANON
PROFESSOR DO ENSINO BASICO TECNICO E TECNOLOGICO
CAI-CCLM (11.02.18.01.08.02.03)
Matrícula: 1986360